

ISSN N° 3119-7957 (En línea)

**REVISTA INTERNACIONAL DE CIENCIAS  
AVANZADAS, ASTRODINÁMICA Y  
TELEDETECCIÓN - JICAAT**

**Volumen 1 - Número 1  
Marzo 2026**

Deposito legal: 2026-03221

**Villa Automation SAC  
Ayacucho - Perú**



# JICAAT

REVISTA INTERNACIONAL DE CIENCIAS AVANZADAS, ASTRODINÁMICA Y  
TELEDETECCIÓN -Vol. 1 - N° 1 - Marzo 2026



FONDO EDITORIAL



## ÍNDICE

	<b>Pg.</b>
1. Editorial	6
2. Artículos científicos	7
2.1. Modelamiento de robot colaborativo Sentinel-V.A Jose Luis Huayanay Villar	8 – 19
2.2. El método de Euler fraccional en la solución aproximada de ecuaciones diferenciales ordinarias de orden fraccionario Daúl Andrés Paiva Yanayaco	20 – 30
2.3. Diseño e implementación de un sistema de control de actitud basado en PID para el prototipo CubeSat-VA-I, Ayacucho – Perú Lola Estefani Espinoza Vitor; José Luis Huayanay Villar; Fernando Beizaga; Cristhian Sotelo; Kevin Ayala	31 – 42
2.4. Diseño y construcción de un robot humanoide Sentinel XVA, Ayacucho – Perú José Luis Huayanay Villar; Fernando Beizaga; Cristhian Sotelo; Kevin Ayala	43 – 52
2.5. Diseño y construcción de un robot colaborativo para aplicaciones en agricultura y defensa José Luis Huayanay Villar; Fernando Beizaga; Cristhian Sotelo; Kevin Ayala	53 – 63

Vol.1, N°1-Marzo 2026

**ISSN:** 3119-7957 (En línea).

**Depósito Legal:** 2026-03221

**Entidad editora:**

Villa Automation SAC

**Dirección:**

Pasaje Santana N°8, Urb. Jesús Nazareno, Ayacucho, Perú

**Editor en Jefe:**

José Luis Huayanay Villar

**Editores Asociados:**

Dr. David Correa Chilon – Universidad Nacional Mayor de San Marcos – Perú

Dr. Daúl Andrés Paiva Yanayaco – Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga– Perú

Dr. Danny Hernán Zambrano Carrera- Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais-INPE-Brasil

**Correo:**

editor@villautomation.net, villaautomation@icloud.com, villarjose348@gmail.com

**Teléfono:**

+51 965281663

**Periodicidad:**

Semestral

**Sistema de evaluación:**

Revisión por pares (doble ciego)

**Año:**

2026

**Revista internacional de ciencias avanzadas, astrodinámica y teledetección**

**ISSN: 3119-7957 (En línea).** <https://publishers.issn.org/resource/ISSN/3119-7957>

---

*Revista Internacional de Ciencias Avanzadas, Astrodinámica y Teledetección – JICAAT. Revista científica internacional orientada a la publicación de investigaciones en robótica, inteligencia artificial, automatización, astrodinámica y sistemas aeroespaciales.*

---

## EDITORIAL

La empresa Villa Automation S.A.C., a través de su área de investigación, desarrollo e innovación, presenta y pone a disposición de la comunidad científica, académica y tecnológica el Volumen 1 – Año 2026 de la Revista Internacional de Ciencias Avanzadas, Astrodinámica y Teledetección (JICAAT), cuyo propósito fundamental es difundir el conocimiento mediante la publicación de resultados originales derivados de investigaciones científicas y tecnológicas que contribuyan al avance de la ingeniería, la automatización y las ciencias aeroespaciales.

El desarrollo de tecnologías emergentes, la formación de profesionales con enfoque científico y la integración de diversas líneas de investigación en áreas como robótica, control automático, sistemas embebidos, astrodinámica y teledetección, han permitido consolidar un trabajo multidisciplinario e interdisciplinario. En este contexto, investigadores internos y colaboradores externos han contribuido significativamente al fortalecimiento de JICAAT como un espacio académico orientado a la generación y transferencia del conocimiento científico y tecnológico.

Cabe destacar que los artículos publicados en la presente edición han sido sometidos a un proceso riguroso de evaluación, garantizando la calidad científica mediante la revisión técnica y metodológica. Las investigaciones presentadas abordan problemáticas complejas con un alto nivel de rigurosidad, integrando modelamiento matemático, simulación, experimentación y validación en campo, en áreas como robótica colaborativa, control PID, sistemas dinámicos, inteligencia aplicada y desarrollo de tecnologías aeroespaciales.

Finalmente, la revista JICAAT reafirma su compromiso de constituirse como un espacio abierto para investigadores, profesionales y estudiantes, tanto a nivel nacional como internacional, que deseen contribuir al desarrollo de la ciencia, la tecnología y la innovación. Expresamos nuestro reconocimiento a todos los autores, revisores, colaboradores y lectores que hacen posible esta iniciativa, motivándonos a continuar en la construcción de conocimiento orientado al progreso científico y tecnológico.

Dr. Jose Luis Huayanay Villar  
EDITOR EN JEFE

A photograph of a person in a blue jacket and cap working in a greenhouse. The person is standing next to a mobile robot on a concrete raised bed. The robot has a white box on top and is connected to a power source on the ground. The greenhouse is covered with a white plastic sheet, and there are several tomato plants growing in the beds. A green tarp is visible on the left side of the greenhouse.

# Artículos Científicos

## Modelamiento de robot colaborativo Sentinel-V.A Sentinel-V.A. Collaborative Robot Modeling

Jose Luis Huayanay Villar<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Grupo de Investigación LynxSpace - Villa Automation SAC-Ruc: 20610009400, Ayacucho, Perú.  
[villautomationeirl@gmail.com](mailto:villautomationeirl@gmail.com) / <https://orcid.org/orcid:0000-0001-8389-7922>

\*Correspondencia: Jose Luis Huayanay Villar , [villautomationeirl@gmail.com](mailto:villautomationeirl@gmail.com)

DOI: <https://doi.org/10.0000/villautomation.art10> Aceptación:02/01/2026 Publicación:05/03/2026

### Resumen

A continuación te presento un modelamiento integral del Robot Colaborativo Sentinel-V.A (Villa Automation), pensado para uso agrícola, civil y de vigilancia, y alineado con los proyectos que vienes desarrollando en robótica móvil y control avanzado. El análisis en tiempo continuo y discreto, además de la implementación del control. Se utilizará el microcontrolador Arduino para obtener resultados experimentales. Para la alimentación del robot móvil para este proyecto es necesario el uso de la energía proveniente de la radiación solar para convertirla en energía eléctrica mediante el flujo de electrones incidentes en los semiconductores que generalmente son de silicio, un material muy utilizado en electrónica.

**Palabras clave:** Robot colaborativo, Robótica, Seguimiento de trayectoria, Control por computador, Automatización.

### Abstract

Below is a comprehensive model of the Sentinel-V.A. Collaborative Robot (Villa Automation), designed for agricultural, civil, and surveillance applications, and aligned with your ongoing projects in mobile robotics and advanced control. The model includes continuous and discrete-time analysis, as well as the control implementation. An Arduino microcontroller will be used to obtain experimental results. Powering the mobile robot for this project requires the use of solar radiation, which is converted into electrical energy through the flow of electrons incident on semiconductors, typically silicon, a material widely used in electronics.

**Keywords:** Collaborative robot, Robotics, Path tracking, Computer control, Automation.

## 1. INTRODUCCIÓN

El Robot Colaborativo Sentinel-V.A se concibe como una plataforma robótica móvil terrestre orientada a aplicaciones agrícolas, civiles y de vigilancia, cuyo diseño integra principios de robótica colaborativa, automatización y control avanzado. Su modelamiento permite comprender y predecir el comportamiento del sistema, optimizar su desempeño y facilitar la implementación de estrategias de control y toma de decisiones autónomas. Desde el punto de vista cinemático, el Sentinel-V.A se modela como un robot de tracción diferencial, donde el movimiento en el plano depende directamente de la velocidad angular de sus ruedas. Este enfoque simplifica la descripción del desplazamiento y permite establecer relaciones claras entre las acciones de los actuadores y la posición, orientación y velocidad del robot. El modelo cinemático resulta adecuado para tareas de navegación, seguimiento de trayectorias y planeamiento de rutas en entornos estructurados y no estructurados, como terrenos agrícolas o zonas de inspección. (Ogata, 1998) e (Katsuhito, 2011). Al finalizar este trabajo, esperamos consolidar aún más todos los contenidos estudiados en el semestre, realizando un trabajo de principio a fin, es decir, desde la etapa de modelado, hasta llegar a las pruebas sobre el mecanismo real, en el laboratorio. Además, con base en los parámetros de diseño especificados a lo largo de este trabajo, se espera lograr criterios de desempeño aceptables, además de un controlador que tenga una buena respuesta.

El modelamiento dinámico incorpora efectos físicos reales como la masa del robot, la inercia rotacional, el torque generado por los motores y las fuerzas de fricción con el suelo. Este nivel de análisis es esencial para evaluar la tracción, la estabilidad y la respuesta ante cargas variables, especialmente en superficies irregulares. A través de este modelo se pueden diseñar controladores más robustos, capaces de compensar perturbaciones externas y variaciones del terreno, garantizando un movimiento más preciso y seguro.

En cuanto a los actuadores, el uso de motores de corriente continua con reductora se modela mediante ecuaciones eléctricas y mecánicas que describen la relación entre voltaje, corriente, velocidad y torque. Este modelamiento permite optimizar la selección de motores, drivers y estrategias de control, asegurando suficiente fuerza de arrastre y eficiencia energética, aspectos clave para un robot de operación prolongada.

El sistema se complementa con un modelo de sensado, basado en la integración de sensores inerciales, de distancia, ambientales y de visión. La fusión sensorial permite estimar el estado del robot con mayor precisión, reduciendo errores y mejorando la confiabilidad del sistema. Este enfoque es fundamental para aplicaciones colaborativas y de vigilancia, donde la percepción del entorno determina la calidad de las decisiones del robot.

El experimento de la unidad base de servo lineal se relaciona con varias aplicaciones del mundo real (Fujimoto e Kawamura, 1995). Por ejemplo, los conductores pueden identificarse fácilmente con ejercicios de control de velocidad en relación con el control de cruceo del vehículo. A finales de los años sesenta, George Devol, basándose en su experiencia con máquinas de control numérico y tele manipuladores, construyó el primer robot automático (Paul, 1981).

Este hecho, además de permitir la creación del primer robot comercial de uso industrial, abrió un camino de posibilidades para la robótica y el desarrollo de la automatización industrial (Karabegović, 2020). Se comenzó a ser utilizado en 1961, por General Motors en su línea de producción de vehículos con un peso de 1800 kg y obedeciendo órdenes grabadas en cinta magnética, este robot se encargaba de recoger pequeños trozos de metal y pegar piezas al chasis del coche (Gasparetto, 2019).

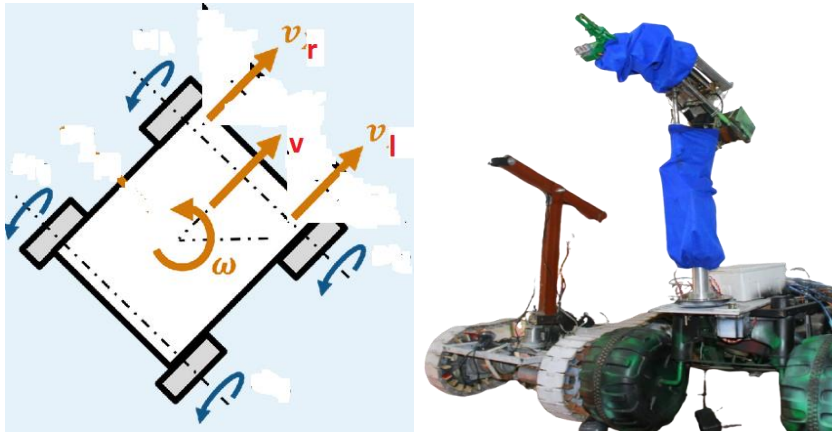
Finalmente, el modelo de control del Sentinel-V.A se plantea de forma jerárquica, separando el control de bajo nivel (motores), el control de movimiento y el control de alto nivel orientado a la toma de decisiones. Esta estructura facilita la implementación de técnicas clásicas como PID, así como métodos avanzados como el control predictivo y la inteligencia artificial. En conjunto, el modelamiento integral del Sentinel-V.A constituye una base sólida para su simulación, implementación real y evolución hacia sistemas robóticos más autónomos e inteligentes.

## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

Para modelar robots móviles, podemos asumir una simplificación, donde incluso tiene la capacidad de moverse en un plano  $x$  e  $y$ , o usar una representación polar,  $(r, \theta)$ . De acuerdo a las ruedas del móvil sus motores son posibles de ver el circuito eléctrico equivalente de la armadura y los engranajes del motor de DC (Figura 1), donde  $R_m$  es la resistencia del motor,  $L_m$  la inductancia y  $k_m$  es la constante de fuerza contraelectromotriz (EMF) (Ogata, 1998).

**Figura 1.**

*Arquitectura de la armadura del motor del servomecanismo móvil y del tren de engranajes.*



**Nota.** Desarrollado en Scilab 6.0 e adaptado de Ogata, 1998 (imagen izquierda).

## 2.1. Modelamiento matemático.

**Modelamiento eléctrico:** La fuerza contraelectromotriz,  $e_b(t)$ , depende de la velocidad del rotor del motor,  $\omega_m$ , y de la constante de fuerza contra-electromotriz del motor,  $k_m$ . También hay que tener en cuenta las relaciones de los engranajes, en este caso representadas por  $k_g$  Así (Åström, 2013).

$$e_b(t) = k_m k_g \omega_m(t) \quad (1)$$

Aplicando la ley de Kirchoff tenemos:

$$V_m(t) - R_m I_m(t) - L_m \frac{dI_m(t)}{dt} - k_m k_g \omega_l(t) = 0 \quad (2)$$

Teniendo en cuenta que la inductancia del motor es mucho menor que el valor de resistencia, se despreciará  $L_m$ . Así:

$$V_m(t) - R_m I_m(t) - k_m k_g \omega_l(t) = 0$$

$$V_m(t) = I_m R_m + k_m k_g \omega_l \quad (3)$$

Aislado  $I_m(t)$ , tenemos:

$$I_m(t) = \frac{V_m(t) - k_m k_g \omega_l(t)}{R_m} \quad (4)$$

**Modelamiento Mecánica:** En esta parte, se desarrollará la ecuación de movimiento que describe la velocidad de carga del rotor,  $\omega_l$ , en función del par aplicado por el motor,  $T_o$ . Luego el par a la salida de las cajas de cambios viene dado a través de la relación entre el par del motor,  $T_m$  y la relación de transmisión,  $k_g$ , es decir:

$$T_o = k_g T_m$$

$$T_o = k_g \left( J_m \dot{\omega}_m + J \frac{\dot{\omega}_l}{k_g} \right) \quad (5)$$

$$T_o = \dot{\omega}_l (J_m k_g^2 + J_l)$$

Donde  $\omega_l$  es la velocidad angular del eje de salida,  $\omega_m$ , la velocidad angular del eje del motor,  $J_l$  el momento de inercia de la carga y  $J_m$  el momento de inercia del motor. Como el par del motor es proporcional a su valor de corriente drenada y su fuerza contraelectromotriz constante,  $k_m$ :

$$T_m = k_m I_m$$

$$I_m = \frac{T_m}{k_m} = \frac{T_o}{k_m k_g} = \frac{k_g^2 J_m + J_l}{k_m k_g} \quad (6)$$

$$I_m = \dot{\omega} \frac{J_{\{eq\}}}{k_m k_g}$$

Donde

$$J_{\{eq\}} = k_g^2 J_m + J_l \quad (7)$$

## 2.2. Ecuación de estado del sistema

En esta parte se combinarán las ecuaciones obtenidas en el modelado eléctrico y mecánico del sistema. El objetivo es encontrar una ecuación que represente la velocidad del rotor de carga ( $\omega_l$ ) en función del voltaje ( $V_m$ ) aplicado al motor (Åström, 2013).

$$V_m(t) = \omega_l \frac{J_{\{eq\}} R_m}{k_m k_g} + [k_m k_g] \omega_l \quad (8)$$

Reescribiendo la ecuación  $\dot{\theta} = \omega_l$

$$V_m(t) = \dot{\theta} \left[ \frac{J_{\{eq\}} R_m}{k_m k_g} \right] + [k_m k_g] \dot{\theta} \quad (9)$$

Suponiendo que las variables son:

$$\begin{cases} x_1 = \theta \\ x_2 = \dot{\theta} \end{cases} \quad (10)$$

Las ecuaciones de estado son:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned}$$

Por lo tanto, se deben calcular las matrices A, B, C y D, siendo la matriz D = 0

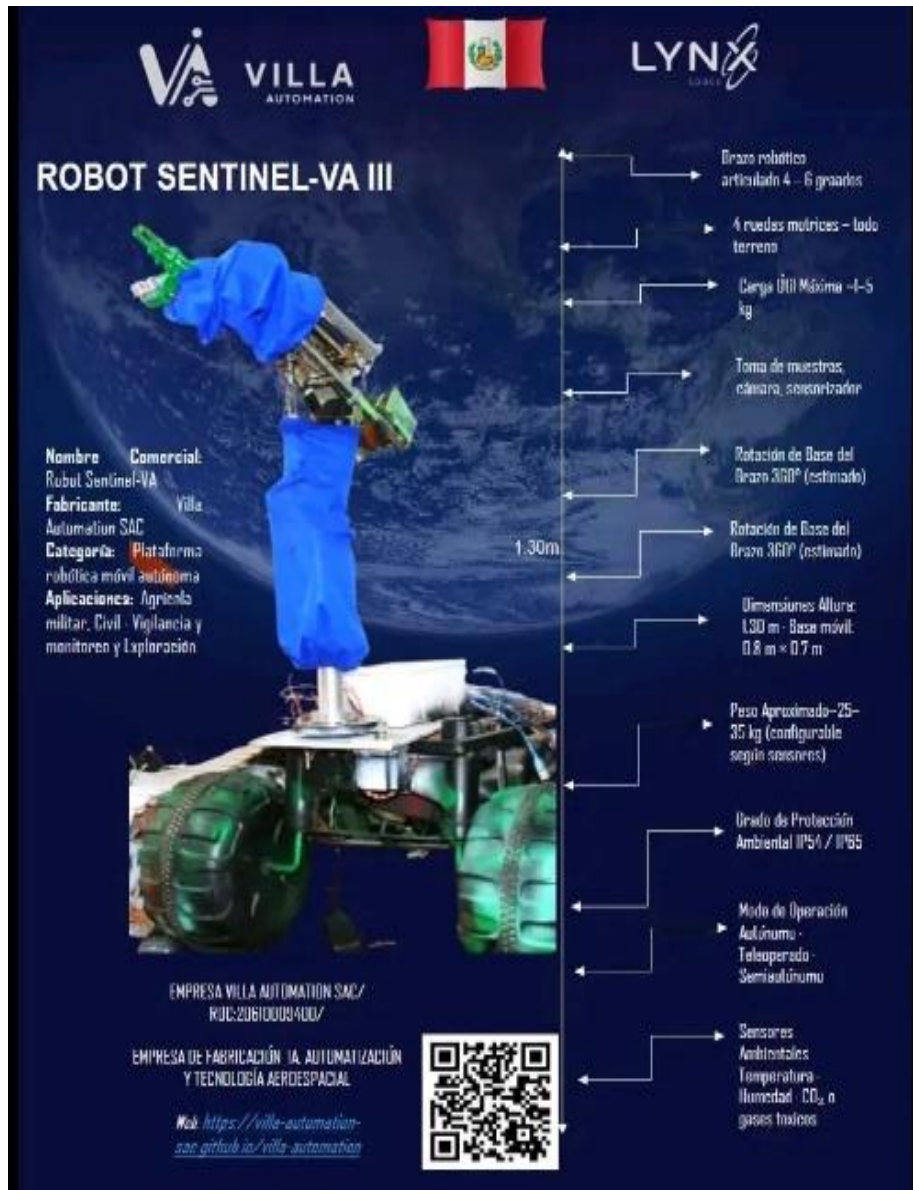
$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{(k_m k_g)^2}{J_{\{eq\}} R_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_m k_g}{J_{\{eq\}} R_m} \end{bmatrix} V_m \quad (11)$$

## 2.3. Seguimiento de trayectoria.

En este trabajo implementaremos la odometría usando un sensor encoder, el cual estará conectado al a las ruedas del móvil. De esta forma podremos calcular la velocidad angular de cada una de las ruedas. En la Figura 2 se muestra una de las partes del dispositivo que nos permite calcular la velocidad (y determinar la posición). Es un disco, con agujeros (espacios) en los extremos, que se fija a un extremo del eje del motor. En el otro extremo está la rueda. Además, un dispositivo compuesto por dos partes, donde un extremo emite una señal (luz) y el otro la recibe. En el paso de un agujero a otro tenemos una variación en la señal del sensor y, en consecuencia, es posible determinar el movimiento (Nylamp Electronics, 2020).

**Figura 2.**

*Sensor de velocidad encoder.*



**Fuente:** Adaptado de (Nylamp Electronics, 2020).

Para determinar la velocidad angular en cada una de las ruedas, se debe comenzar midiendo el número de agujeros en el disco que se necesitaban en un momento determinado. Por lo tanto:

$$\delta(TK) = TK_f - TK_i$$

Donde:

$TK$ : espacio o hueco,

$TK_f$ : espacio actual;

$TK_i$ : espacio anterior;

Determinando la velocidad angular de la rueda es:

$$\dot{\theta} = \omega = \left\{ \frac{2\pi}{\delta_{TK.N\{TK\}}} \right\} \quad (12)$$

En el caso de un caso genérico, la distancia recorrida por el móvil será:

$$X_D = 2r\pi \frac{\delta_{TK}}{N\{TK\}} \quad (13)$$

La actualización de la posición deseada, considerando una trayectoria circular, de radio R es:

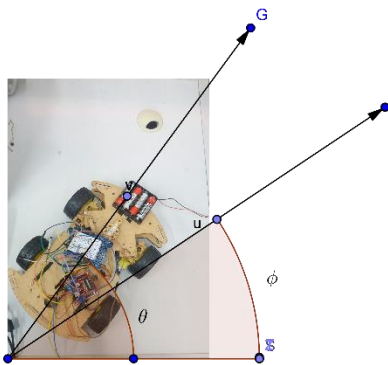
$$\begin{aligned} x_d(t) &= X_D \cos(\dot{\theta} t) + x_{\{dc\}} \\ y_d(t) &= X_D \sin(\dot{\theta} t) + y_{\{dc\}} \end{aligned} \quad (14)$$

## 2.4. Orientación del vehículo

Para que el robot se mueva entre estas posiciones, se debe desarrollar dos movimientos, primero de orientación y luego uno de traslación. Para realizar el control de orientación, la velocidad angular del robot como la diferencia de la orientación del robot y el ángulo entre el punto cerca del eje de coordenadas. Como se muestra en la figura 3:

**Figura 3.**

*Ángulos presentes en el cálculo de la velocidad angular.*



**Nota.** Foto tomada durante las pruebas de recorrido del vehículo en sistema de coordenadas “x” y “y”.

La ecuación del ángulo de dirección se tiene de la siguiente forma:

$$\phi = \dot{\theta} t = \tan^{-1} \left( \frac{y_d - y}{x_d - x} \right) \quad (15)$$

Con

$$error = \phi_d - \phi \quad (16)$$

Donde  $(x_d, y_d)$  representa las coordenadas del marcador delantero del vehículo y  $(x, y)$  representa las coordenadas generales.

La trayectoria del camino diseñado para que el vehículo pueda desplazarse dentro del plano de coordenadas de trabajo consta de una serie de n puntos descritos secuencialmente (Sarmiento, 2015). Se considera, en primer lugar, que la trayectoria está libre de obstáculos, de forma que un camino está formado por la unión del conjunto de líneas definidas, por las que se desea que pase el vehículo en un instante determinado. De los métodos de planificación de trayectorias existentes, el método que mejor se adapta al proyecto es la generación de trayectorias punto a punto, es decir, establecer una serie de puntos dentro del espacio de coordenadas para que el vehículo planifique y describa la trayectoria formada por la unión de todos los puntos.

### 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Esta Muchos de los parámetros que se encuentran en el modelado son datos proporcionados por el fabricante, u obtenidos de las pruebas experimentales. Es importante incluir un sistema fotovoltaico que es un conjunto de componentes que sirven para el aprovechamiento de la energía solar, estos sistemas se basan principalmente en la transformación de la luz solar en energía eléctrica.

#### 3.1. Inclusion de parámetros reales

Sigue los parámetros tabulados utilizados en el presente proyecto:

**Tabla 1.**

*Principales nomenclaturas utilizadas en este trabajo y sus respectivos valores.*

Parámetro	Símbol	Valor	Unidad
Resistencia del inducido del mo	$R_m$	2.6	$\omega$
Constante de fuerza contraelectromc	$k_m$	0.0076	$V/(rad/s)$
Constante de torque de motor	$k_t$	0,0076	N-m/A
Alta velocidad de transmisión c engranajes	$k_g$	14	-
Momento de inercia del disco	$J_l$	0,0000	$kgm^2$
Inercia da armadura	$J_m$	3,87	$kgm^2$

De acuerdo la ecuación de estado obtenido en (11) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -39.37 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 60.23 \end{bmatrix} V_m \quad (17)$$

#### 3.2. Función de transferencia del sistema.

Para determinar a Função de Transferência do Sistema, uma das maneiras é a partir da equação (17), ao se aplicar a Transformada de Laplace.

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{v(s)} = \frac{60.23}{s^2 + 39.37s} \quad (18)$$

#### 3.3. Ecuaciones de Estado en Tiempo Discreto.

Considere el sistema multivariable discreto LTI descrito por las siguientes ecuaciones de estados:

$$\Phi = \{L\} \{(sI - A)^{-1}\}$$

$$\Gamma = \{L\} \{(sI - A)^{-1}B\}\{S\}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0.0098 \\ 0 & 0.96 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0.00029 \\ 0.056 \end{bmatrix} \quad (19)$$

#### 3.4. Matriz controlable y accesibilidad.

Para calcular la Matriz de Controlabilidad y Alcanzabilidad utilizamos la siguiente proposición:

$$W_c = [\Gamma \quad \Phi^2\Gamma]$$

$$W_c = \begin{bmatrix} 0 & 60.23 \\ 60.23 & -2370 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Es de rango = 2, por lo tanto, es controlable

### 3.5. Matriz de observabilidad y detectabilidad.

Para calcular la Matriz de observabilidad y detectabilidad se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$W_0 = \begin{bmatrix} C \\ C\Phi \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$W_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Es de rango = 2, por lo tanto, es observable.

### 3.6. Alimentación del robot móvil

Para la alimentación del robot móvil para este proyecto es necesario el uso de la energía proveniente de la radiación solar para convertirla en energía eléctrica mediante el flujo de electrones incidentes en los semiconductores que generalmente son de silicio, un material muy utilizado en electrónica.

Cabe mencionar, que este es uno de los componentes más importantes de todo el sistema de generación de energía por medio de la luz solar (Figura 4). Haciendo uso de la ley de Watt se determina el consumo de potencia de cada uno de los componentes electrónicos del sistema (Moreno, 2022).

$$W = V \cdot A$$

Donde:

W: es la potencia de corriente,

V: voltaje de corriente,

A: intensidad de corriente.

**Tabla 2.**

*Parámetros de alimentación de los paneles solares.*

componente	Voltaje(V)	Corriente(A)	Potencia(W)
Motores para desplazamiento	12	3,92	47,07
control	5	0.8	4

Con los datos registrados en la anterior tabla, se calcula la potencia total ( $W_T$ ) la cual permite la selección del panel solar que alimentara el sistema.

$$W_T = 47,07W + 4W = 51,07W$$

De las diferentes opciones de paneles solares disponibles en el mercado, considerando las variables como potencia, voltaje, corriente, dimensiones y peso, siendo las dos últimas primordiales para la selección del sistema fotovoltaico, se optó por uno de 12V y 50W. Luego para complementar el sistema fotovoltaico se hace uso de un controlador de carga con una capacidad de 50 A aproximadamente.

El panel solar seleccionado aporta el 50% de la potencia necesaria para alimentar el sistema eléctrico de la máquina, para considerar la autonomía al sistema es necesario un respaldo, para ello se suministra carga a la batería prolongando así el tiempo de trabajo (figura 4).

### Figura 4.

*Arquitectura del móvil robótico con alimentación de energía solar.*



**Nota.** Foto tomada del vehículo en la fase de implementación de sistema fotovoltaico.

Los motores a utilizar dependen del sistema de tracción seleccionado, para la implementación de este prototipo es diferencial para un robot con cuatro ruedas (dos motores de arranque que generan movimiento y dos ruedas locas) puesto que se brinda mayor estabilidad en el desplazamiento y mejor control de giro.

El panel solar se apoya sobre el recubrimiento superior del prototipo, el cual está construido en acrílico y cuenta con perforaciones de 5mm para el acoplamiento con el chasis y panel y se caracteriza por las dimensiones de la Figura 4 y Figura 5.

Para la etapa final se recubre toda la estructura usando láminas de acrílico para evitar que factores externos dañen los circuitos o algún otro elemento interno del robot. Las láminas de acrílico están sujetas al chasis mediante tornillos.

### Figura 5.

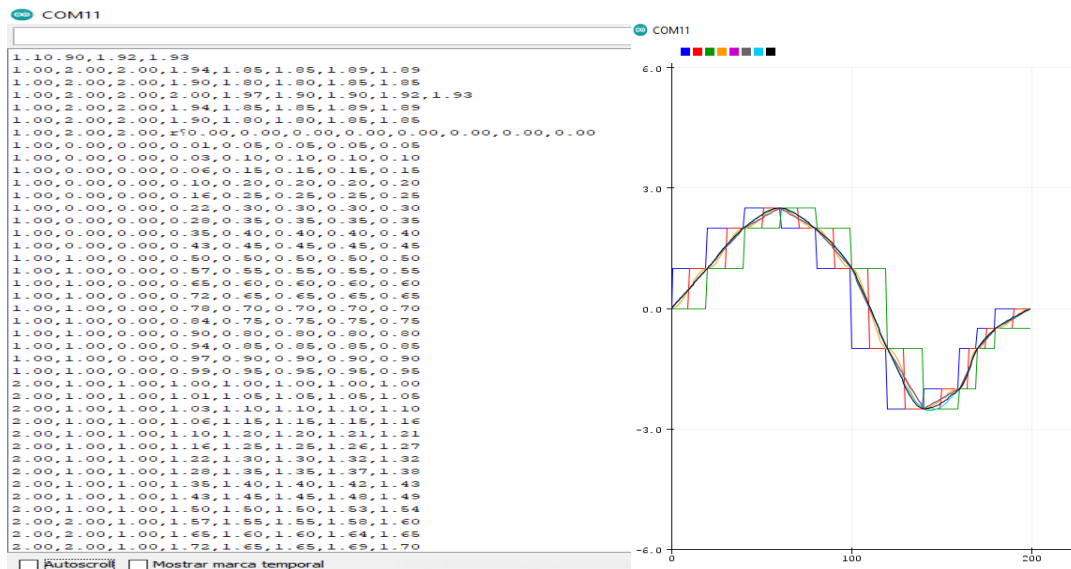
*Revisión y validación del móvil robotico y muestra de los paneles solares, 2023.*



**Nota.** Foto tomada en los laboratorio del grupo de Investigación Aerospace-V.A

### Figura 6.

*Planeamiento de la trayectoria tipo sinusoidal antes del inicio del arranque del móvil, aprendizaje por interpolación de puntos deseados.*



**Nota.** Momento de arranque del vehículo, datos de trayectoria (imagen derecha) y planeamiento de trayectoria en tiempo real, descrita por el vehículo (imagen izquierda).

La implementación del algoritmo de interpolación (Sarmiento, 2015) consiste en guiar el vehículo hacia la posición deseada, dados los puntos que definen la trayectoria y las condiciones iniciales del sistema, en primera instancia se consideran una velocidad constante al vehículo durante su movimiento.

Generemos en software Arduino puntos equidistantes a lo largo de una curva sinusoidal en el intervalo  $[t=0, t_s=50]$  en la trayectoria deseada (figura 6).

#### 4. CONCLUSIONES.

De los principales problemas encontrados se destaca que el peso de la estructura es considerablemente moderado en las condiciones en que se plantea actualmente, por tanto, su perfil estructural de menor dimensión genera mejoras en la velocidad de desplazamiento y autonomía del prototipo, considerando que el peso es directamente proporcional al consumo de corriente.

El driver puente H que fue utilizado para el control del sistema de tracción, los motores de desplazamiento poseen una estabilidad moderada, esto se debe a que faltan incluir algunos filtros de calibración, la idea es alcanzar el sustento teórico planteado en las subsecciones 3.4 y 3.5, de lo contrario pueden generar variaciones en el rumbo del robot cambiando la trayectoria.

La alimentación del sistema de potencia separada del sistema de control, no generan retroalimentaciones cuando los motores realizan un mayor esfuerzo, esto debido a que poseen sensores que de acorde a la programación en el micro controlador Arduino Uno es estable y regulable.

#### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguilar, Åström, K. J., & Wittenmark, B. (2013). Computer-controlled systems: theory and design. Courier Corporation.
- Fujimoto, Y., & Kawamura, A. (1995). Robust servo-system based on two-degree-of-freedom control with sliding mode. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 42(3), 272-280.
- Gasparetto, A., & Scalera, L. (2019). A brief history of industrial robotics in the 20th century. Advances in Historical Studies, 8, 24-35

Karabegović, I., Karabegović, E., Mahmić, M., & Husak, E. (2020). Implementation of industry 4.0 and industrial robots in the manufacturing processes. In *New Technologies, Development and Application II* 5 (pp. 3-14). Springer International Publishing.

Katsuhiko, O. (2011). *Engenharia de controle moderno*. KATSUHIKO Ogata, 5th Ed. 801p.

Moreno Mina, J. E., & Gutiérrez Guaza, J. S. (2022). Prototipo de podadora automática de césped alimentada por energía solar.

Nise, N. S. (2012). *Engenharia de sistemas de controle*, 6ªed. LTC, São Paulo.

Ogata, K., & Severo, B. (1998). *Engenharia de controle moderno*. Prentice Hall do Brasil.

Paipa, E. A. L., Serrano, M. A. L., & Mora, S. B. S. (2018). Controlador de carga PWM eficiente y de bajo costo para sistemas fotovoltaicos autónomos. *Respuestas*, 23(S1), 6-13.

Paul, R. P. (1981). *Robot manipulators: mathematics, programming, and control: the computer control of robot manipulators*. Richard Paul.

Sarmiento Gamboa, K. S., Vásquez Lagos, J. E., & Laguna Suárez, Ó. L. (2016). Desarrollo de planeación y seguimiento de trayectorias para un vehículo autónomo (Bachelor's thesis, Universidad Piloto de Colombia).





# EL MÉTODO DE EULER FRACCIONAL EN LA SOLUCIÓN APROXIMADA DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS DE ORDEN FRACCIONARIO.

## *THE FRACTIONAL EULER METHOD IN THE APPROXIMATE SOLUTION OF FRACTIONAL ORDER ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS.*

**Daúl Andrés Paiva Yanayaco<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Programa: MATEMÁTICA, Área: MODELAMIENTO MATEMÁTICO, Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga

Correo corresponsal: [daulpaivay@gmail.com](mailto:daulpaivay@gmail.com)

### INFORMACION DE ARTICULO

Artículo historial:

Recibido 01 de enero 2026

Recibido por formulario 13 febrero 2026

Aceptado 22 febrero 2026

Avaluado online 22 febrero 2026

#### **Palabras clave:**

Derivadas e integrales fraccionarias, ecuaciones diferenciales de orden fraccionario, regla del trapecio modificada.

### RESUMEN

El propósito de esta investigación es presentar una alternativa numérica para resolver ecuaciones diferenciales de orden fraccionario, pues éstas modelan mejor los fenómenos que aparecen en física y otras ramas de la ciencia. Una de las herramientas que ha sido de gran ayuda para este trabajo de investigación ha sido la Regla del Trapecio Modificada, así como la fórmula de Taylor Generalizada. Se ha elaborado un programa en Matlab para hacer las comparaciones entre las soluciones exactas y las aproximadas.

### ABSTRACT

The purpose of this research is to present a numerical alternative for solving fractional-order differential equations, as these better model the phenomena that appear in physics and other branches of science. One of the tools that has been of great help in this research has been the Modified Trapezoidal Rule, as well as the Generalized Taylor Formula. A program has been developed in Matlab to compare the exact and approximate solutions.



## 1. Introducción

En este trabajo de investigación se presenta un algoritmo para la solución numérica de problemas de valor inicial de la forma

$$D_*^\alpha y(t) = f(t, y(t)), y(0) = y_0, 0 < \alpha \leq 1, \quad (1)$$

donde  $D_*^\alpha$  denota el operador diferencial fraccional de Caputo [1]. El desarrollo de este algoritmo está motivada por las pocas aplicaciones clásicas y muchas recientes ecuaciones diferenciales fraccionarias.

Entre los problemas clásicos tenemos el modelado del comportamiento de los materiales viscoelásticos en mecánica [2]. Más recientemente, el cálculo fraccional se ha aplicado a la mecánica continua y la mecánica estadística para los problemas de viscoelasticidad, el movimiento browniano y las ecuaciones de onda de difusión fraccionarios y muchos fenómenos físicos [3].

Algunos métodos numéricos ya se han presentado para ecuaciones diferenciales fraccionarias en la literatura [4]. Sin embargo muchos de estos métodos se utilizan para tipos muy específicos de ecuaciones diferenciales, a menudo sólo ecuaciones lineales o incluso las clases más pequeñas. Recientemente, Diethelm et al. [4] presentó un método para la solución numérica de la ecuación diferencial fraccionaria no lineal (1) que puede ser interpretada como una generalización del esquema clásico de Adams-Bashforth-Moulton para ecuaciones diferenciales de quinto orden.

Daremos algunas definiciones básicas y luego estudiaremos el método de Euler Fraccionario que junto con la Regla del Trapecio Modificada nos ayudarán a hallar la aproximación a la solución exacta [5].

## 2. Materiales y Métodos

En esta investigación las ecuaciones diferenciales de orden fraccionario que se han trabajado han sido de tal manera que podemos aplicar el Método de Euler Fraccional, para ello tenemos que tener una condición inicial, es decir que ese método se aplicará a problemas de valor inicial. Puesto que en dichas ecuaciones diferenciales aparecen derivadas e integrales de orden fraccionario, éstas se aproximarán mediante la regla del trapecio modificada. Trabajamos con algunos ejemplos donde la variable independiente es  $[0, a]$ ,  $a > 0$ . El problema del valor inicial que se ha trabajado es

$$D_*^\alpha y(t) = f(t, y(t)), \quad y(0) = y_0, 0 < \alpha \leq 1$$

El intervalo de trabajo es  $[0, a]$ ,  $a > 0$  el cual se dividirá en subintervalos con tamaño de paso  $h$  constante.

A continuación presentamos algunas definiciones y teoremas que nos ayudarán en nuestro trabajo.

Recordamos el concepto de derivada fraccional dada por la definición de Caputo la cual es una modificación de la definición de Riemann-Liouville y tiene una ventaja que puede trabajar con problemas de valor inicial en las cuales las condiciones iniciales están dadas en términos del campo de variables y su orden de integración el cual es el caso de muchos procesos físicos.

- **Funciones de clase  $C_\mu$**

Una función real  $f(x)$ ,  $x > 0$ , se dice que es del espacio  $C_\mu$ ,  $\mu \in \mathbb{R}$ , si existe un número real  $p (> \mu)$ , tal que  $f(x) = x^p f_1(x)$ , donde  $f_1(x) \in C[0, \infty)$ , se dice está en el espacio  $C_\mu^m$  sí y sólo si  $f^{(m)} \in C_\mu^m$ ,  $m \in \mathbb{N}$ .

- **Operador Integral Fraccional de Riemann-Liouville de orden  $\alpha$**

Para una función  $C_\mu$ ,  $\mu \geq -1$ , es definida como

$$J^\alpha f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x x(x-t)^{\alpha-1} f(t) dt, \quad (2)$$

$\alpha > 0, x > 0$ , donde  $J^0 f(x) = f(x)$ .

- **Derivada de en el sentido de Caputo**

La derivada fraccional de  $f(x)$  en el sentido de Caputo es definido como

$$\begin{aligned} D_*^\alpha f(x) &= J^{m-\alpha} D^m f(x) \\ &= \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_0^x x(x-t)^{m-\alpha-1} f^{(m)}(t) dt, \end{aligned} \quad (3)$$

para  $m-1 < \alpha \leq m, m \in \mathbb{N}, x > 0, f \in C_{-1}^m$ .

Introducimos una nueva generalización de la fórmula de Taylor que involucra la derivada fraccional de Caputo. Esta generalización es dada en [5].

- **Teorema generalizado del valor medio**

Supongamos que  $f(x) \in C[0, a]$  y  $D_*^\alpha f(x) \in C[0, a]$ , para  $0 < \alpha \leq 1$ . Entonces tenemos

$$f(x) = f(0+) + \frac{1}{\Gamma(\alpha)} (D_*^\alpha f)(\xi) x^\alpha, \quad (4)$$

con  $0 \leq \xi \leq x, \forall x \in (0, a]$ .

- **Fórmula Generalizada de Taylor**

Supongamos que  $D_*^\alpha f(x) \in C(0, a]$  para  $k = 0, 1, \dots, n+1$ , donde  $0 < \alpha \leq 1$ . Entonces tenemos



$$f(x) = \sum_{i=0}^n \frac{x^{i\alpha}}{\Gamma(i\alpha + 1)} (D_*^\alpha)(0+) + \frac{(D_*^{(n+1)\alpha} f)(\xi)}{\Gamma((n+1)\alpha + 1)} x^{(n+1)\alpha} \quad (5)$$

donde  $0 \leq \xi \leq x, \forall x \in \langle 0, a \rangle$ .

• **Regla del Trapecio Modificado**

Supóngase que el intervalo  $[0, a]$  es subdividido en  $k$  subintervalos  $[x_j, x_{j+1}]$  de igual longitud  $h = a/k$ . Usando los nodos  $x_j = jh$  para  $j = 0, 1, \dots, k$ , la **Regla del Trapecio Modificado** [1]

$$T(f, h, \alpha) = \omega_2 \left[ \left( r_{k,1}^{\alpha+1} - r_{k,\alpha+1} k^\alpha \right) f(0) + f(a) + \sum_{j=1}^{k-1} v_{k,j} f(x_j) \right] \quad (6)$$

donde

$$\omega_2 = \frac{h^\alpha}{\Gamma(\alpha + z)}, \quad r_{k,s} = k - s,$$

$$v_{k,j} = r_{k,j-1}^{\alpha+1} - 2r_{k,j}^{\alpha+1} + r_{k,j+1}^{\alpha+1}.$$

es una aproximación para la integral fraccionaria

$$(J^\alpha f(x))(a) = T(f, h, \alpha) - E_T(f, h, \alpha) \quad (7)$$

con  $a > \alpha > 0$ .

• **Método de Euler Fraccional**

El método de Euler fraccional se desarrolla para hallar la solución numérica del problema de valor inicial con derivadas de Caputo. Este método es una generalización del método de Euler clásico.

Consideremos el problema de valor inicial,

$$D_*^\alpha y(t) = \mathbf{f}(t, y(t)), y(0) = y_0, 0 < \alpha \leq 1, t > 0 \quad (8)$$

Sea  $[0, a]$  el intervalo sobre el cual queremos hallar la solución del problema (8),  $y(t)$ , que satisface el problema de valor inicial (8).

Generamos un conjunto de puntos  $\{(t_j, y(t_j))\}$  que serán usados para la aproximación. Subdividimos el intervalo  $[0, a]$  en  $k$  subintervalos  $[t_j, t_{j+1}]$  de igual tamaño de paso  $h = a/k$ , los nodos a usar son  $t_j = jh$ , para  $j = 0, 1, \dots, k$ .

Asumiremos que  $y(t), D_*^\alpha y(t)$  y  $D_*^{2\alpha} y(t)$  son continuas en  $[0, a]$  y usamos la generalización de la fórmula de Taylor (5)

para expandir  $y(t)$  cerca de  $t = t_0 = 0$ . Para cada valor de  $t$  existe un valor  $c_1$  tal que

$$y(t) = y(t_0) + (D_*^\alpha y(t))(t_0) \frac{t^\alpha}{\Gamma(\alpha + 1)} + (D_*^{2\alpha} y(t))(c_1) \frac{t^{2\alpha}}{\Gamma(2\alpha + 1)} \quad (9)$$

Cuando  $(D_*^\alpha y(t))(t_0) = \mathbf{f}(t_0, y(t_0))$  y  $h = t_1$  se sustituyen en la ecuación (8) el resultado es una expresión para  $y(t_1)$ :

$$y(t_1) = y(t_0) + \mathbf{f}(t_0, y(t_0)) \frac{h^\alpha}{\Gamma(\alpha + 1)} + (D_*^{2\alpha} y(t))(c_1) \frac{h^{2\alpha}}{\Gamma(2\alpha + 1)} \quad (10)$$

Si el tamaño de paso  $h$  es escogido adecuadamente pequeño, entonces el término de la derivada de orden  $2\alpha$  (que involucra a  $h^{2\alpha}$ ) se anula y obtenemos

$$y(t_1) = y(t_0) + \frac{h^\alpha}{\Gamma(\alpha + 1)} \mathbf{f}(t_0, y(t_0)) \quad (11)$$

El proceso es repetido y genera una sucesión de puntos que aproxima la solución de  $y(t)$ .

La fórmula general para el Método de Euler Fraccional es:

$$\begin{cases} t_{j+1} = t_j + h, \\ y(t_{j+1}) = y(t_j) + \frac{h^\alpha}{\Gamma(\alpha + 1)} \mathbf{f}(t_j, y(t_j)), \end{cases} \quad (12)$$

para  $j = 0, 1, \dots, k - 1$ . Si  $\alpha = 1$ , entonces el método de Euler Fraccional (12) se reduce al método clásico de Euler.

• **Algoritmo para el Método de Euler Fraccional**

Aquí derivamos el algoritmo fundamental para la solución numérica del problema de valor inicial (8). El algoritmo está basado en la regla del trapecio modificada y el método de Euler Fraccionario. Nuestra aproximación depende de la propiedad analítica del problema de valor inicial (8) y es equivalente a la ecuación integral

$$y(t) = J^\alpha \mathbf{f}(t, y(t)) + y(0) \quad (13)$$

Sea el intervalo  $[0, a]$  sobre el cual se quiere hallar la aproximación a la solución. Supongamos que el intervalo  $[0, a]$  es subdividido en  $k$  subintervalos  $[t_j, t_{j+1}]$  de igual longitud  $h = a/k$  usando los nodos  $t_j = jh$ , para  $j = 0, 1, \dots, k$ . Para obtener el punto solución  $(t_1, y(t_1))$ , sustituimos  $t = t_1$  en (12) y obtenemos

$$y(t_1) = (J^\alpha \mathbf{f}(t, y(t))) (t_1) + y(0) \quad (14)$$



Ahora usando la regla del trapecio modificada (6) para aproximar  $(J^\alpha f(t, y(t)))(t_1)$  con  $h = t_1 - t_0$ , entonces el resultado es

$$y(t_1) = \alpha \frac{h^\alpha}{\Gamma(\alpha + 2)} (\mathbf{f}_0 + \mathbf{f}_1) + y_0 \quad (15)$$

Donde  $\mathbf{f}_0 = \mathbf{f}(t_0, y(t_0))$  y  $\mathbf{f}_1 = \mathbf{f}(t_1, y(t_1))$ .

Observamos que el lado derecho de la fórmula (15) involucra el término  $y(t_1)$ . Así que estimaremos este valor. Para ello emplearemos el método de Euler Fraccional. Sustituimos (11) en (15) y obtenemos

$$y(t_1) = w_2 [\alpha \mathbf{f}_0 + \mathbf{f}(t_1, y(t_0) + w_1 \mathbf{f}_0)] + y(0) \quad (16)$$

donde

$$w_z = \frac{h^\alpha}{\Gamma(\alpha + z)}, \mathbf{f}_0 = \mathbf{f}(t_0, y(t_0)), \mathbf{f}_k = \mathbf{f}(t_k, y(t_k))$$

El proceso se repite para generar una sucesión de puntos que se aproximan a la solución  $y(t)$ . En cada paso, el método de Euler Fraccional se usa como una predicción, y la regla del trapecio modificada hace la corrección para obtener un valor finito. La fórmula general del algoritmo es:

$$y_j = w_2 \left[ \left( r_{j,1}^{\alpha+1} - r_{j,\alpha+1} \cdot j^\alpha \right) \mathbf{f}_0 + \sum_{i=1}^{j-1} v_{j,i} \cdot \mathbf{f}_i + \mathbf{f}(t_j, y_{j-1} + w_1 \mathbf{f}_{j-1}) \right] + y_0 \quad (17)$$

donde  $y_j = y(t_j)$ .

### 3. Resultados

El algoritmo propuesto (17) se aplicará a tres ejemplos diferentes de ecuaciones diferenciales de orden fraccionario.

- **Ejemplo Numérico 1.**

Consideremos la ecuación lineal homogénea

$$\begin{cases} D_*^\alpha y(t) = -y(t), \\ y(0) = 1, \quad t > 0 \end{cases} \quad (18)$$

donde  $0 < \alpha \leq 1$ .

La solución exacta de (18) es dada por

$$y(t) = E_\alpha(-t^\alpha) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-t^\alpha)^k}{\Gamma(\alpha k + 1)} \quad (19)$$

que es la función de Mittag-Leffler de orden  $\alpha$ . De acuerdo al algoritmo (17) obtenemos la siguiente fórmula de iteración

$$y_j = 1 - w_2 \left[ \left( r_{j,1}^{\alpha+1} - r_{j,\alpha+1} \cdot j^\alpha + \sum_{i=1}^{j-1} v_{j,i} \cdot y_i - (w_1 - 1)y_{j-1} \right) \right] \quad (20)$$

En la Figura (1) se visualiza la gráfica de la solución exacta  $y(t) = E_\alpha(-t^\alpha)$ , ( $\alpha = 0.5, h = 0.001, a = 1$ , color azul) y la aproximada de color rojo.

En la Tabla (1) se presenta resultados numéricos del Ejemplo Numérico 1 cuando  $\alpha = 0.5, 0.75$  y  $1$  con  $h = 0.001$ .

Los errores absolutos cuando  $\alpha = 0.5$  y diferentes valores del tamaño de paso  $h$  se dan en la Tabla (2). Como se puede observar, la precisión puede ser más aceptable si usamos valores más pequeños de  $h$ .

- **Ejemplo Numérico 2**

Este segundo ejemplo es una ecuación lineal no homogénea.

$$\begin{cases} D_*^\alpha y(t) = \frac{2t^{2-\alpha}}{\Gamma(3-\alpha)} - \frac{t^{1-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)} - y(t) + t^2 - t, \\ y(0) = 0, \quad t > 0 \end{cases} \quad (21)$$

donde  $0 < \alpha \leq 1$ .

La solución exacta de (21) es  $y(t) = t^2 - t$ .

La ecuación lineal (21) es desarrollada por Diethelm et al. [4] usando el método de Adams-Bashforth-Moulton fraccional. La Tabla (3) muestra la solución exacta y la aproximada de la ecuación (21) usando el algoritmo (17) para diferentes valores de  $\alpha$ .

- **Ejemplo Numérico 3.**

Este tercer ejemplo es una ecuación no lineal.

$$\begin{cases} D_*^\alpha y(t) = (y(t))^2 - \frac{2}{(t+1)^2}, \\ y(0) = -2, \quad t > 0 \end{cases} \quad (22)$$

donde  $0 < \alpha \leq 1$ .

La solución exacta de (22) cuando  $\alpha = 1$  es

$$y(t) = -\frac{2}{(t + 1)}$$

La Tabla (4) muestra las soluciones aproximadas de la ecuación (22) para diferentes valores de  $\alpha$  usando el algoritmo (17). El valor  $\alpha = 1$  es el único caso para el cual se conoce la solución exacta

$$\square(\square) = -\frac{2}{(\square + 1)}$$

y nuestra solución aproximada en este caso está muy cercana con la solución exacta.

Tabla 2: Errores absolutos del Ejemplo 1 cuando  $\alpha = 0.5$  y con varios valores del tamaño de paso  $h$ .

$t$	$h = 0.1$	$h = 0.01$	$h = 0.001$	$h = 0.0001$
0.0	0.0000e-00	0.0000e-00	0.0000e-00	0.0000e-00
0.1	2.7642e-02	2.5504e-03	1.2841e-03	4.1574e-05
0.2	6.3532e-02	2.4222e-03	1.1042e-03	3.2673e-05
0.3	2.1765e-02	2.1647e-03	9.5509e-04	2.7271e-05
0.4	6.6783e-03	1.9368e-03	8.4009e-04	2.3510e-05
0.5	1.0867e-02	1.7463e-03	7.9939e-04	2.0697e-05
0.6	1.0016e-02	1.5871e-03	6.7599e-04	1.8494e-05
0.7	9.8945e-03	1.4526e-03	6.1530e-04	1.6713e-05
0.8	9.4682e-03	1.3377e-03	5.6423e-04	1.5231e-05
0.9	9.0545e-03	1.2381e-03	5.2061e-04	1.3995e-05
1.0	8.6295e-03	1.1521e-03	4.8291e-04	1.2932e-05

Tabla 3: Valores numéricos del Ejemplo 2 cuando  $\alpha = 0.5, 0.75$  y  $1$  con  $h = 0.001$ .

$t$	$\alpha = 0.5$		$\alpha = 0.75$		$\alpha = 1.0$	
	$y_{Aprox}$	$y_{Exact}$	$y_{Aprox}$	$y_{Exact}$	$y_{Aprox}$	$y_{Exact}$
0.0	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.1	-0.089804	-0.090000	-0.089921	-0.090000	-0.089555	-0.090000
0.2	-0.159788	-0.160000	-0.159942	-0.160000	-0.159590	-0.160000
0.3	-0.209807	-0.210000	-0.209954	-0.210000	-0.209629	-0.210000
0.4	-0.239842	-0.240000	-0.239963	-0.240000	-0.239664	-0.240000
0.5	-0.249893	-0.250000	-0.249971	-0.250000	-0.249696	-0.250000
0.6	-0.239953	-0.240000	-0.239977	-0.240000	-0.239725	-0.240000
0.7	-0.210019	-0.210000	-0.209982	-0.210000	-0.209751	-0.210000
0.8	-0.160091	-0.160000	-0.159987	-0.160000	-0.159775	-0.160000
0.9	-0.090168	-0.090000	-0.089991	-0.090000	-0.089796	-0.090000
1.0	-0.000249	0.000000	-0.000005	0.000000	-0.000184	0.000000

• Figuras

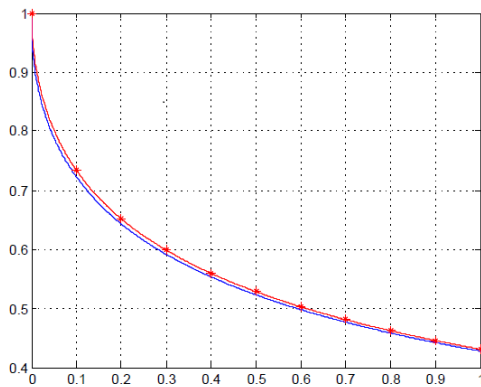


Figura 1: Solución exacta y aproximada de Ejemplo 1,  $\alpha = 0.5, h = 0.001$ .

• Tablas

Tabla 1: Valores numéricos del Ejemplo 1 cuando  $\alpha = 0.5, 0.75$  y  $1$  con  $h = 0.001$ .

$t$	$\alpha = 0.5$		$\alpha = 0.75$		$\alpha = 1.0$	
	$y_{Aprox}$	$y_{Exact}$	$y_{Aprox}$	$y_{Exact}$	$y_{Aprox}$	$y_{Exact}$
0.0	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000
0.1	0.723955	0.723578	0.828254	0.828251	0.904837	0.904837
0.2	0.644094	0.643788	0.732588	0.732585	0.818730	0.818731
0.3	0.592277	0.592018	0.660341	0.660337	0.740817	0.740818
0.4	0.553831	0.553606	0.602124	0.602121	0.670319	0.670320
0.5	0.523355	0.523157	0.553605	0.553603	0.606530	0.606531
0.6	0.498203	0.498025	0.512287	0.512285	0.548811	0.548812
0.7	0.476864	0.476703	0.476556	0.476555	0.496585	0.496585
0.8	0.458394	0.458246	0.445293	0.445292	0.449328	0.449329
0.9	0.442157	0.442021	0.417683	0.417682	0.406569	0.406570
1.0	0.427709	0.427584	0.393109	0.393108	0.367079	0.367079

Tabla 4: Valores numéricos del Ejemplo 3 cuando  $h = 0.001$ .

$t$	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.4$	$\alpha = 0.6$	$\alpha = 0.8$	$\alpha = 1.0$
0.0	-2.00000	-2.00000	-2.00000	-2.00000	-2.00000
0.1	-1.57191	-1.58885	-1.56451	-1.73541	-1.81818
0.2	-1.48646	-1.48991	-1.53362	-1.59189	-1.66666
0.3	-1.42059	-1.41460	-1.44369	-1.48262	-1.53846
0.4	-1.36655	-1.35254	-1.36994	-1.39284	-1.42857
0.5	-1.32108	-1.29978	-1.30711	-1.31637	-1.33333
0.6	-1.28222	-1.25413	-1.25246	-1.24987	-1.25000
0.7	-1.24861	-1.21415	-1.20427	-1.19122	-1.17647
0.8	-1.21926	-1.17879	-1.16136	-1.13896	-1.11111
0.9	-1.19341	-1.14725	-1.12283	-1.09202	-1.05263
1.0	-1.17049	-1.11893	-1.08802	-1.04957	-0.99999

4. Discusión

De acuerdo a los resultados obtenidos, este método de Euler fraccionario junto con la regla del trapecio modificada, nos han permitido elaborar un algoritmo en MatLab ello fue posible porque hemos usado también la definición de la derivada dada según Caputo.

Los resultados obtenidos se asemejan a los que aparecen en [5]. Además para obtener una precisión más aceptable se debe reducir el tamaño de paso.

5. Agradecimientos:

Un agradecimiento especial a la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga por el apoyo financiero que se ha otorgado para poder realizar este trabajo

**VILLA**  
AUTOMATION

Revista Internacional de Ciencias Avanzadas, Astrodinámica y Teledetección - JICAAT

<https://villautomation.net/revistacientifica.html>

Depósito Legal: 2026-03221

de investigación. De igual manera a la Revista JICAAT de  
Villa Automation SAC

## 6. Referencias Bibliográficas

[1] **M. Caputo.**, (1967). *Lineal models of dissipation whose  $Q$  is almost frequency independent. Part II.* J. Roy. Astr. Soc. **13**, 529-539.

[2] **P.T. Torvik** y **R.L. Bagley**, (1996). *On the appearance of the fractional derivative in the behavior of real materials.* J. Appl. Mech. **51**, 294-298.

[3] **F. Huang** y **F. Liu**, (2005). *The fundamental solution of the space-time fractional advection-dispersion equation.* J. Appl. Math. and Computing **18**(2), 339-350.

[4] **K. Diethelm**, **N. Ford**, **A. Freed**. (2004). *Detailed error analysis for a fractional Adams method*, Numer. Algorithms, 36, 31-52

[5] **Z. Odibat.**, (2006). *Approximations of fractional integrals and Caputo fractional derivatives*, Applied Mathematics and Computation, 178, 527-533.

[6] **I. Podlubny**, (1999). *Fractional Differential Equations*, Academic Press.

1 **Diseño e implementación de un sistema de control de actitud basado en PID para**  
2 **el prototipo CubeSat-VA-I, Ayacucho – Perú**

3 **Design and implementation of a PID-based attitude control system for the**  
4 **CubeSat-VA-I prototype, Ayacucho – Peru**

5  
6 Lola Estefani Espinoza Vitor<sup>1\*</sup>; Jose Luis Huayanay Villar<sup>1</sup>; Fernando Beizaga<sup>1</sup>, Cristhian Sotelo<sup>1</sup>, Kevin  
7 Ayala<sup>1</sup>

8  
9 <sup>1</sup>Villa Automation S.A.C., RUC: 20610009400, Ayacucho, Perú. [villaautomationeirl@gmail.com](mailto:villaautomationeirl@gmail.com)

10 *\*Correspondencia:* Jose Luis Huayanay Villar– [villaautomationeirl@gmail.com](mailto:villaautomationeirl@gmail.com)/ [https://orcid.org/orcid:0000-](https://orcid.org/orcid:0000-0001-8389-7922)  
11 [0001-8389-7922](https://orcid.org/orcid:0001-8389-7922)

12 DOI: <https://doi.org/10.0000/villautomation.art130> Aceptación:02/01/2026 Publicación:05/03/2026

13 **Resumen**

14 Este trabajo describe el diseño, construcción e implementación de un sistema de control de actitud basado en el  
15 algoritmo Proporcional-Integral-Derivativo (PID) para el prototipo de nanosatélite CubeSat-VA-I, desarrollado  
16 por Villa Automation S.A.C. en Ayacucho, Perú. El prototipo emplea una estructura cilíndrica de madera de tres  
17 pisos (11 cm de diámetro, 23.5 cm de altura total), un microcontrolador Arduino UNO, el sensor inercial  
18 MPU6050 y tres ruedas de reacción compuestas por motores brushless A2212 controlados por reguladores de  
19 velocidad electrónicos (ESC) de 30 A. El controlador PID opera en modo rate control, tomando como variable  
20 de medición la velocidad angular provista por el giroscopio del MPU6050. Los resultados experimentales  
21 muestran que en reposo el sistema registra velocidades angulares de 0.00 °/s en los tres ejes; ante una  
22 perturbación manual, detecta velocidades de hasta 40 °/s y genera correcciones PWM de ±400 µs de forma  
23 autónoma.

24 **Palabras clave:** CubeSat; Control PID; Ruedas de reacción; MPU6050; Control de actitud.

25  
26 **Abstract**

27 This paper describes the design, construction, and implementation of an attitude control system based on the  
28 Proportional-Integral-Derivative (PID) algorithm for the CubeSat-VA-I nanosatellite prototype, developed by  
29 Villa Automation S.A.C. in Ayacucho, Peru. The prototype employs a three-tiered cylindrical wooden structure  
30 (11 cm in diameter, 23.5 cm in total height), an Arduino UNO microcontroller, the MPU6050 inertial sensor,  
31 and three reaction wheels composed of A2212 brushless motors controlled by 30 A electronic speed controllers  
32 (ESCs). The PID controller operates in rate control mode, using the angular velocity provided by the MPU6050  
33 gyroscope as the measured variable. Experimental results show that at rest, the system registers angular  
34 velocities of 0.00°/s on all three axes; In response to a manual disturbance, it detects speeds up to 40°/s and  
35 autonomously generates PWM corrections of ±400 µs.

36 **Keywords:** CubeSat; PID control; Reaction wheels; MPU6050; Attitude control.

37

38

## 1. Introducción

39 Un CubeSat es un tipo de nanosatélite cuya unidad base (1U) mide exactamente 10 cm × 10 cm × 10 cm y pesa  
40 menos de 1.33 kg (Puig-Suari, Turner, & Ahlgren, 2001). Este estándar fue propuesto en 1999 por las  
41 universidades de California Polytechnic State y Stanford para reducir el costo de acceso al espacio y facilitar el  
42 desarrollo tecnológico en instituciones pequeñas. Uno de los subsistemas más importantes de cualquier satélite  
43 es el Sistema de Determinación y Control de Actitud (ADCS, por sus siglas en inglés), que mantiene la  
44 orientación del satélite en el espacio (Wertz, 1978) . Sin un ADCS funcional, los paneles solares no apuntarán  
45 al sol, las antenas no apuntarán a la Tierra y la carga útil no podrá cumplir su misión.

46 Las ruedas de reacción son el actuador más común en satélites pequeños (Sidi, 1997). Su principio de  
47 funcionamiento se basa en la conservación del momento angular: si el motor de la rueda acelera en una dirección,  
48 el satélite rota en la dirección opuesta, sin necesitar propelente. El algoritmo de control más utilizado en la  
49 industria es el PID (Proporcional-Integral-Derivativo) (Ogata, 1998). Su popularidad se debe a que solo requiere  
50 tres parámetros para sintonizarse, es robusto ante perturbaciones y puede implementarse en microcontroladores  
51 de bajo costo como el Arduino UNO.

52 Antecedentes internacionales. En el ámbito internacional, diversos grupos de investigación han abordado el  
53 problema del control de actitud en CubeSats mediante ruedas de reacción y controladores PID. Hafez et al.  
54 (2022) compararon un controlador PID clásico con un PI-D modificado optimizado mediante Algoritmo  
55 Genético para el control de actitud de un CubeSat a lo largo de los tres ejes, demostrando que la sintonización  
56 automática de ganancias mejora significativamente el tiempo de establecimiento ante perturbaciones externas y  
57 ruido blanco Ogata, K. (1998). Quintanilla et al. (2022), en la Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa  
58 (UNSA), desarrollaron un banco de pruebas de bajo costo para algoritmos de control de actitud en CubeSats 1U  
59 con ruedas de reacción, empleando un cojinete de aire esférico y un microcontrolador ARM Cortex M4; sus  
60 resultados validaron el modelo matemático lineal y un controlador PID de doble lazo (actitud y par) para  
61 maniobras de ángulos pequeños Ogata, K. (1998). Hartland (2023), en la Universidad Embry-Riddle  
62 Aeronautical, diseñó y fabricó un banco de pruebas para CubeSats 1U/3U/6U con tres ruedas de reacción  
63 ortogonales, demostrando control autónomo en tres grados de libertad con controladores PID, realimentación de  
64 estado y control adaptativo (InvenSense, 2013). Kaliyaperumal et al. (2024), en el Indonesian Journal of  
65 Electrical Engineering and Computer Science, presentaron un ADCS de bajo costo para CubeSats usando  
66 motores BLDC, sensor MPU6050 y programación en Arduino IDE, logrando ajustes de actitud precisos dentro  
67 de los parámetros definidos, con validación mediante software (Woodman, 2007). Negi (2024), en la  
68 Universidad de California Davis, demostró que los discos duros reutilizados como ruedas de reacción (HDD-  
69 RW) constituyen una solución económica y competente; las pruebas en vuelo parabólico elevaron el nivel de  
70 madurez tecnológica de TRL 4 a TRL 6, confirmando estabilización y apuntamiento en microgravedad (Åström,,  
71 & Hägglund, 1995).

72 Antecedentes nacionales. En el Perú, el interés por la tecnología CubeSat ha crecido de manera sostenida. La  
73 Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP) lanzó en noviembre de 2013 el PUCP-Sat 1, el primer  
74 nanosatélite peruano en llegar a la órbita terrestre baja, e incluyó como misión experimental un sistema de  
75 estabilización basado en micro ruedas de reacción (HobbyKing, 2020). La Universidad Nacional de Ingeniería  
76 (UNI) desarrolló el satélite Chasqui 1 desde 2008 y actualmente trabaja en el Chasqui 2, cuya misión secundaria  
77 incluye un sistema de terminación y control de actitud para garantizar la reentrada dirigida del satélite al finalizar

78 su vida útil (Universidad Nacional de Ingeniería, 2014; CONIDA, 2023). Por su parte, la Universidad Nacional  
 79 de San Agustín (UNSA), a través de su Instituto Astronómico y Aeroespacial Pedro Paulet (IAAPP), ejecutó  
 80 entre 2022 y 2024 el proyecto “Desarrollo de un módulo ADCS para diseño de algoritmos de control de actitud  
 81 en CubeSat de órbita baja”, financiado por PROCIENCIA-CONCYTEC, consolidando capacidades nacionales  
 82 en control de actitud (PROCIENCIA-CONCYTEC, 2024; UNSA, 2024). Más recientemente, en 2024, el Centro  
 83 Nacional de Operaciones de Imágenes Satelitales (CONIDA) inició junto con la Pontificia Universidad Católica  
 84 del Perú (PUCP) y la UNI el desarrollo del nanosatélite Ayni-SAT, con lanzamiento proyectado para 2026, en  
 85 el que cada institución diseña un subsistema diferente del vehículo (CONIDA, 2024). Este panorama nacional  
 86 revela una creciente madurez tecnológica, pero también la necesidad de plataformas experimentales accesibles  
 87 para validar algoritmos de control antes de comprometer hardware espacial calificado, tal como se discute en el  
 88 desarrollo progresivo de sistemas de control de actitud en misiones espaciales (Wertz, 1978; Fortescue, Stark &  
 89 Swinerd, 2011).

90 En este contexto, Villa Automation S.A.C., empresa peruana de robótica y tecnología aeroespacial con sede en  
 91 Ayacucho, desarrolla el satélite CubeSat-VA-I como componente del Programa JICAAT (Villar, Chilon, &  
 92 Carrera, 2024), (Huayanay et al, 2025). El presente trabajo describe la primera etapa de ese desarrollo: un  
 93 prototipo de laboratorio que implementa control PID para los tres ejes de actitud, con el objetivo de demostrar  
 94 que el sistema de sensado y control funciona correctamente antes de integrar el hardware en una versión de  
 95 vuelo.

## 96 2. Materiales y métodos

### 97 2.1 Modelo Matemático del Control de Actitud del CubeSat

98 La velocidad angular medida por el sensor MPU6050 se obtiene como:

$$99 \omega_x = \frac{g_{x_{raw}}}{131} - b_x$$

$$100 \omega_y = \frac{g_{y_{raw}}}{131} - b_y \tag{1}$$

$$101 \omega_z = \frac{g_{z_{raw}}}{131} - b_z$$

102 Esto sigue directamente las especificaciones del sensor (InvenSense, 2013). Donde los offsets  
 103  $b_x, b_y, b_z$  se calculan mediante:

$$104 b_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{g_{x,i}}{131} \tag{2}$$

105 Luego las posiciones angulares y dinámica rotacional con torque  $\tau$ ,  $J$  momento de inercia del cubsat  
 106 serán:

$$107 \theta_x(t) = \int \omega_x(t)dt, \quad J_x \dot{\omega}_x = \tau_x$$

$$108 \theta_y(t) = \int \omega_y(t)dt, \quad J_y \dot{\omega}_y = \tau_y \tag{3}$$

$$109 \theta_z(t) = \int \omega_z(t)dt, \quad J_z \dot{\omega}_z = \tau_z$$

110 Este enfoque es estándar en dinámica de actitud (Wertz, 1978). Donde las aceleraciones angulares  
111 son de la forma:

$$112 \quad \alpha_x = \frac{d\omega_x}{dt}$$

$$113 \quad \alpha_y = \frac{d\omega_y}{dt} \quad (4)$$

$$114 \quad \alpha_z = \frac{d\omega_z}{dt}$$

115 A partir de las ecuaciones, se considera la aceleración lineal (normalizada en g):

$$116 \quad a_x = \frac{\alpha_{xraw}}{16384}$$

$$117 \quad a_y = \frac{\alpha_{yraw}}{16384} \quad (5)$$

$$118 \quad a_z = \frac{\alpha_{zraw}}{16384}$$

119 Según la hoja técnica del MPU6050 (InvenSense, 2013). El error se define como la diferencia entre  
120 la referencia y la velocidad angular:

$$121 \quad e_x = \omega_{ref} - \omega_x$$

$$122 \quad e_y = \omega_{ref} - \omega_y \quad (6)$$

$$123 \quad e_z = \omega_{ref} - \omega_z$$

124 El control aplicado en cada eje está dado por:

$$125 \quad u_x = Kp \cdot e_x + Ki \cdot \int e_x dt + Kd \cdot \left(\frac{de_x}{dt}\right)$$

$$126 \quad u_y = Kp \cdot e_y + Ki \cdot \int e_y dt + Kd \cdot \left(\frac{de_y}{dt}\right) \quad (7)$$

$$127 \quad u_z = Kp \cdot e_z + Ki \cdot \int e_z dt + Kd \cdot \left(\frac{de_z}{dt}\right)$$

128 Este es el controlador clásico ampliamente utilizado en sistemas dinámicos (Ogata, 2010; Åström y  
129 Murray, 2008). Luego la señal enviada a los actuadores (ESC) es:

$$130 \quad PWM_x = PWM_x^0 + u_x$$

$$131 \quad PWM_y = PWM_y^0 + u_y$$

$$132 \quad PWM_z = PWM_z^0 + u_z \quad (8)$$

133 Donde la relación control–torque

$$134 \quad \tau_x = k_u \mu_x$$

135  $\tau_y = k_u \mu_y$  (9)

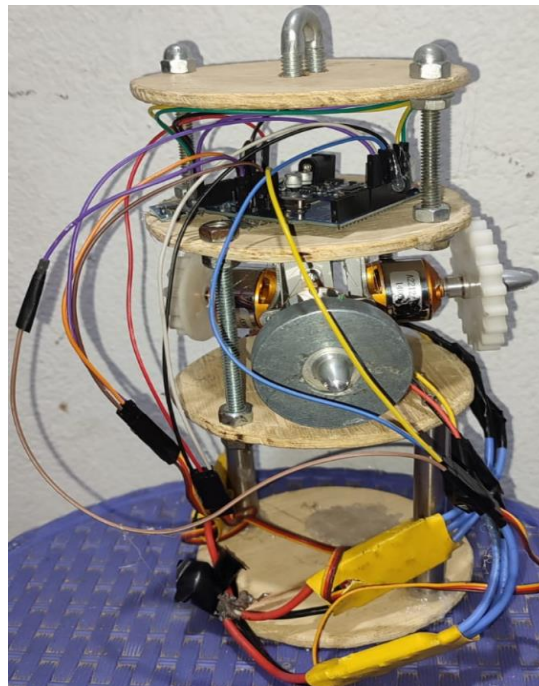
136  $\tau_z = k_u \mu_z$

137 **2..2 Descripción del hardware**

138 El prototipo CubeSat-VA-I está construido sobre una estructura de madera circular de tres pisos, con 11 cm de  
 139 diámetro y 23.5 cm de altura total, dimensionada para ajustarse al tubo interior del cohete JICAAT-X del  
 140 Programa JICAAT. El primer piso (inferior, 8.5 cm de altura) se reserva para futuras cargas útiles: cámaras de  
 141 imagen, sensores ambientales o una segunda tarjeta Arduino dedicada a adquisición de datos, siguiendo la  
 142 filosofía modular de los CubeSats comerciales. El segundo piso (intermedio, 7.5 cm de altura) aloja las tres  
 143 ruedas de reacción en orientación ortogonal. El tercer piso (superior, 5 cm de altura) contiene la tarjeta Arduino  
 144 UNO y el sensor MPU6050. Las Figuras 1 y 2 muestran la estructura y los componentes del prototipo.

145 **Figura 1**

146 *Estructura general del prototipo CubeSat-VA-I*



147  
 148 *Nota.* Las tres ruedas de reacción del CubeSat-VA-I. Izquierda: eje Y, disco PBC blanco (A2212/10T 1400 KV).  
 149 Centro: eje X, disco metálico liso (A2212/13T 1000 KV). Derecha: eje Z, disco PBC blanco (A2212/10T 1000  
 150 KV). Las diferencias de inercia entre discos definen la ganancia de torque por eje.

151 Los componentes del prototipo se listan en la Tabla 1.

152 Tabla 1.

153 *Componentes del prototipo CubeSat-VA-I*

Componente	Descripción
Arduino UNO	ATmega328P, 16 MHz, 2 KB RAM, 32 KB Flash
MPU6050	Giroscopio $\pm 250$ °/s + Acelerómetro $\pm 2$ g, interfaz I <sup>2</sup> C
Motor X	A2212/13T 1000 KV brushless
Motor Y, Z	A2212/10T 1400 KV brushless
ESC (×3)	30 A, señal PWM 1000–2000 $\mu$ s
Fuente	12 V DC, alimentación común

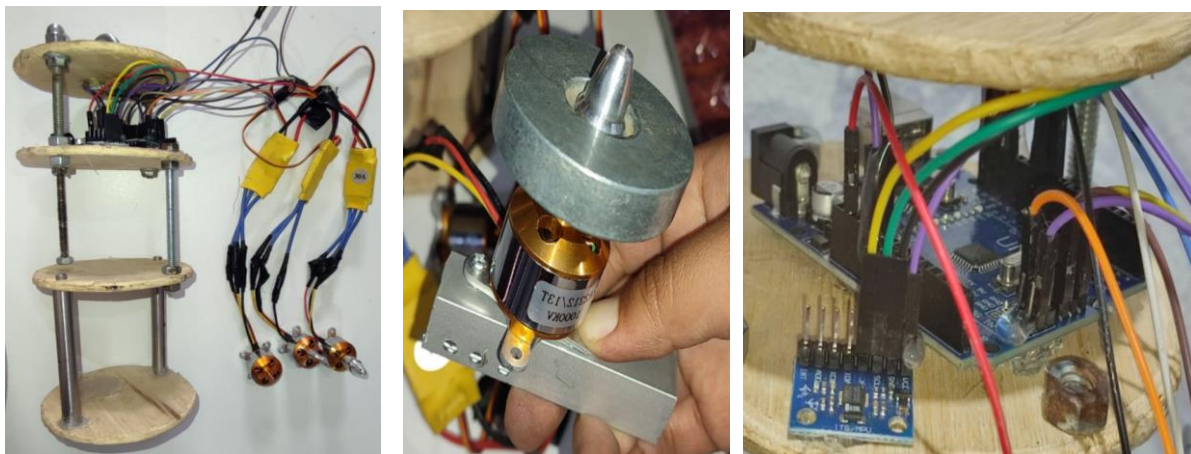
154

155 **2.3 Proceso de construcción**

156 La construcción del prototipo se realizó en etapas progresivas. Primero se cortó y ensambló la estructura de  
 157 madera de tres niveles. Luego se instalaron los motores brushless A2212 en orientación ortogonal para los tres  
 158 ejes de control (X, Y, Z). Finalmente se realizó el montaje electrónico con el Arduino UNO, el sensor MPU6050  
 159 y los tres ESC.

160 **Figura 2**

161 *Partes importantes del Cubsat-VA-I*



162

163 *Nota.* Montaje del Arduino UNO y sensor MPU6050. Se aprecia la disposición de los componentes electrónicos  
 164 y el cableado I<sup>2</sup>C (SDA/SCL).

165 **2.4 Arquitectura del sistema**

Depósito Legal: 2026-03221

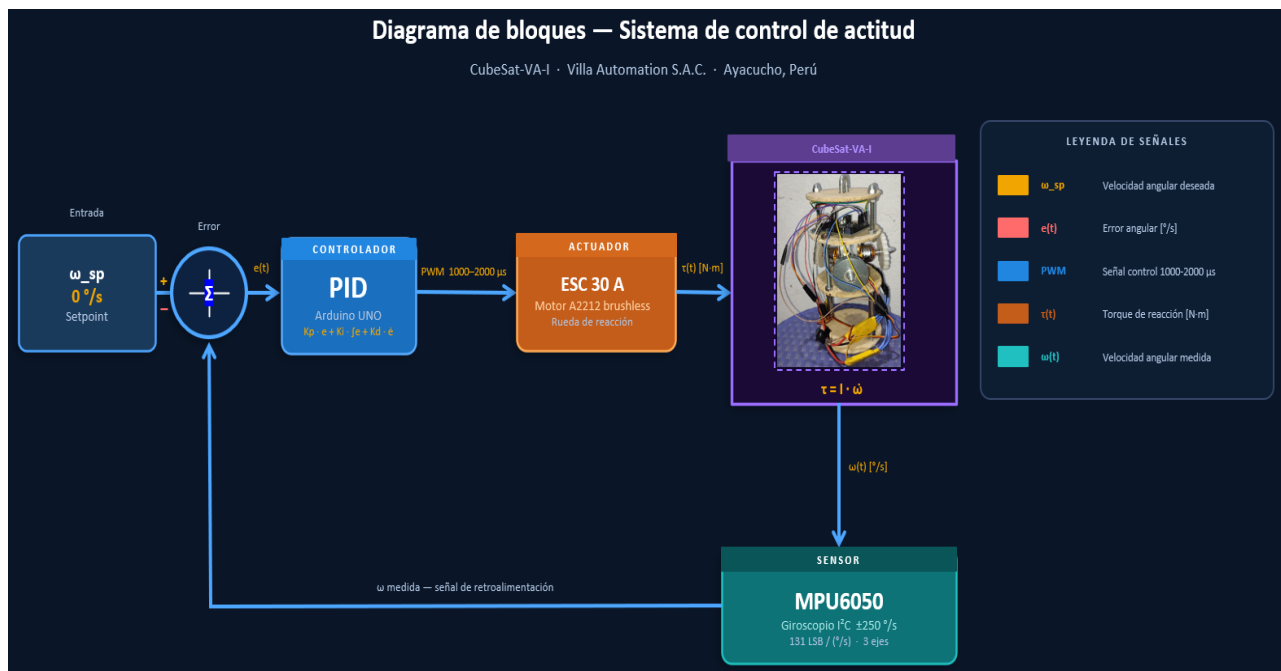
166 La Figura 4 muestra el diagrama de bloques del sistema de control implementado. El flujo de información es el  
167 siguiente:

- 168 • **Sensor:** el MPU6050 mide la velocidad angular  $\omega$  [°/s] del CubeSat y la envía al Arduino por el bus  
169 I<sup>2</sup>C.
- 170 • **Controlador:** el Arduino calcula el error respecto al setpoint (0 °/s), computa la señal de control PID,  
171 y envía señales PWM a los tres ESC.
- 172 • **Actuador:** cada ESC convierte la señal PWM en corriente eléctrica para el motor brushless  
173 correspondiente.
- 174 • **Planta:** el motor gira y genera un torque que modifica la actitud del CubeSat, cerrando el lazo.

175 La arquitectura implementada no incluye un bloque de filtrado de Kalman entre el MPU6050 y el lazo de  
176 retroalimentación. Esta decisión se debe a las limitaciones de recursos del microcontrolador Arduino UNO  
177 (ATmega328P), que dispone únicamente de 2 KB de RAM y 16 MHz de frecuencia de reloj: la ejecución de un  
178 filtro de Kalman extendido (EKF) requiere operaciones matriciales de punto flotante que superarían el  
179 presupuesto computacional disponible en tiempo real. En su lugar, se implementó una calibración estática de  
180 offset (ecuación 4) y una banda muerta angular ( $\delta\omega = 1.5$  °/s) que resultan suficientes para la etapa de laboratorio.  
181 La incorporación de un filtro complementario o filtro de Kalman está prevista para el CubeSat-VA-II. De igual  
182 forma, el acoplamiento giroscópico  $\omega \times (I \cdot \dot{\omega})$  de la ecuación (1) se desprecia dado que, en condiciones de  
183 laboratorio, las velocidades angulares son suficientemente bajas para que este término sea menor al 2% del  
184 término principal  $I \cdot \dot{\omega}$ , lo que justifica el modelo simplificado (ecuación 2) y el uso de tres controladores PID  
185 independientes.

186 **Figura 2**

187 *Diagrama de bloques del sistema de control de actitud del CubeSat-VA-I.*



188 **Nota.** El diagrama muestra el sistema en lazo cerrado a través del MPU6050 que mide la velocidad angular  
189 resultante.  
190

Depósito Legal: 2026-03221

191 **2.5 Marco de referencia y ejes**

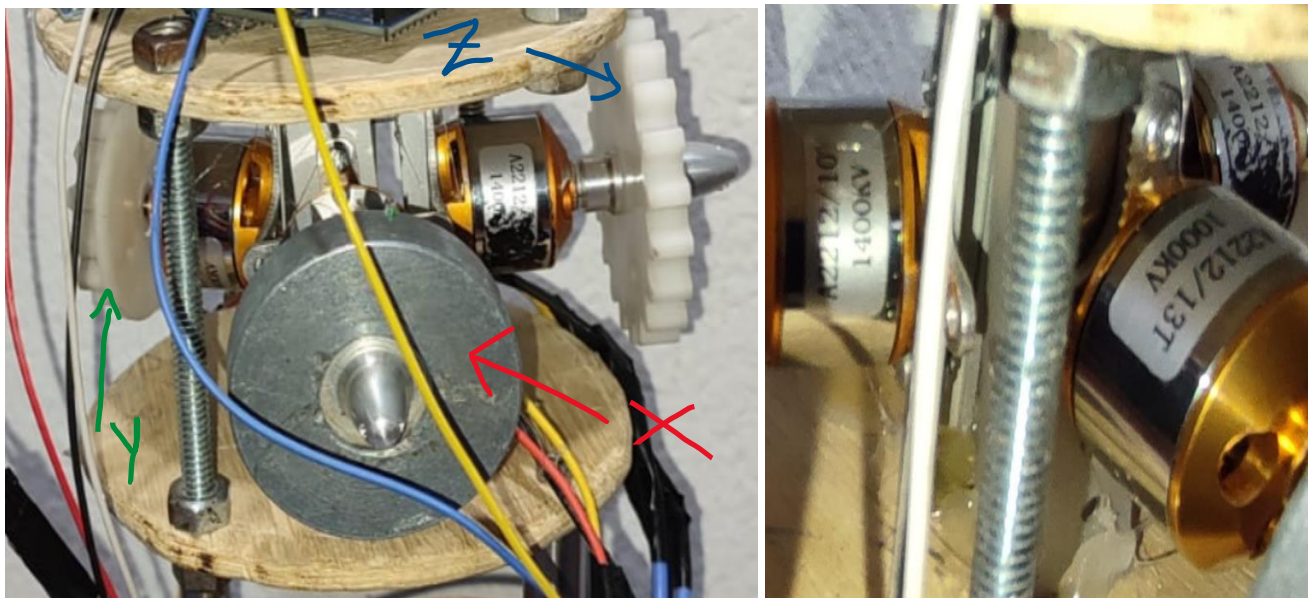
192 Para describir la orientación del CubeSat-VA-I se definen dos marcos de referencia: el **marco inercial** N, fijo a  
193 la Tierra, y el **marco cuerpo** B, fijo al satélite [2]. La actitud se parametriza con los ángulos de Euler:

- 194 • **Roll**  $\varphi$ : rotación alrededor del eje X (motor A2212/13T 1000 KV).  
195 • **Pitch**  $\theta$ : rotación alrededor del eje Y (motor A2212/10T 1400 KV).  
196 • **Yaw**  $\psi$ : rotación alrededor del eje Z (motor A2212/10T 1400 KV).

197 **Figura 5.**

198 *Definición de los ejes de control sobre el prototipo CubeSat-VA-I.*

199



200  
201 *Nota.* La figura muestra los ejes: Eje X (rojo): motor 1000 KV; Eje Y (verde) y Eje Z (azul): motores 1400 KV.

202

203 **2.6 Parámetros del controlador**

204 Los parámetros PID se sintonizaron de forma experimental, partiendo de valores de prueba y ajustándolos  
205 iterativamente. Se usaron ganancias distintas para el eje X porque el motor A2212/13T 1000 KV tiene menor  
206 velocidad de respuesta (más par, menos velocidad) que los motores A2212/10T 1400 KV.

207 El método de sintonización empleado fue prueba y error iterativa (manual tuning): se partió de ganancias  
208 proporcionales bajas ( $K_p = 1.0$ ) y se incrementaron gradualmente hasta obtener una respuesta sin oscilación  
209 sostenida. El término integral ( $K_i$ ) se ajustó mínimamente para eliminar el error estacionario residual. El término  
210 derivativo ( $K_d$ ) se incrementó hasta suprimir el sobreimpulso observado en la respuesta transitoria. Las  
211 ganancias difieren entre el eje X y los ejes Y-Z porque el motor A2212/13T 1000 KV del eje X posee mayor  
212 par y menor velocidad de respuesta que los motores A2212/10T 1400 KV, requiriendo una ganancia  
213 proporcional mayor ( $K_p = 6.0$ ). Las unidades de las ganancias se derivan de la ecuación de mapeo (13):  $K_p$   
214  $[\mu\text{s}/(^{\circ}/\text{s})]$ ,  $K_i$   $[\mu\text{s}/(^{\circ})]$  y  $K_d$   $[\mu\text{s}\cdot\text{s}/^{\circ}]$ .

215 **Tabla 2. Parámetros PID sintonizados por eje**

Eje	Motor	Kp [μs/(°/s)]	Ki [μs/°]	Kd [μs·s/°]	ni [μs]
X	1000 KV	6.0	0.05	2.5	1500
Y	1400 KV	4.5	0.05	2.0	1500
Z	1400 KV	4.5	0.05	2.0	1500

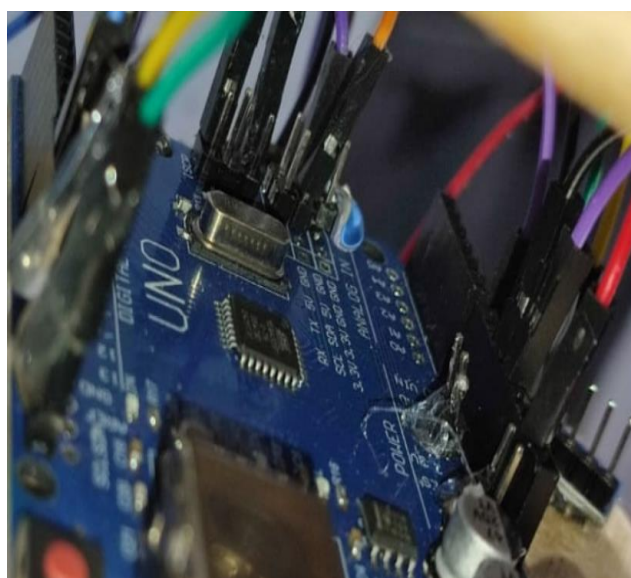
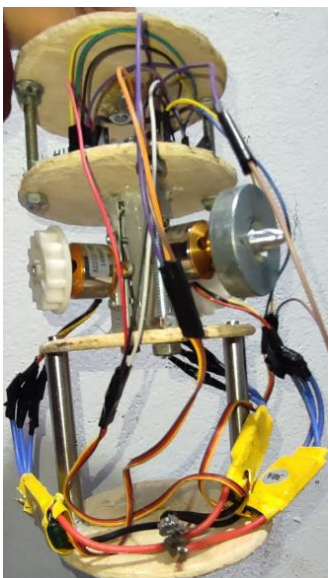
216

217 **2.7 Conexión del hardware**

218 La Figura 6 muestra el cableado físico del prototipo. Los tres ESC se conectan a los pines PWM digitales 9, 10  
 219 y 11 del Arduino UNO. El sensor MPU6050 se conecta por el bus I<sup>2</sup>C: SDA → pin SDA del Arduino, SCL →  
 220 pin SCL del Arduino, VCC → 5 V del Arduino, GND → GND del Arduino [5]. El MPU6050 opera  
 221 correctamente a 5 V ya que sus pines I<sup>2</sup>C toleran el nivel lógico de 5 V del Arduino UNO. Solo el cable rojo de  
 222 un ESC alimenta el Arduino mediante el BEC (Bus Elimination Circuit); los otros dos BEC están desconectados  
 223 para evitar conflicto de tensiones.

224 **Figura 6.**

225 *Cableado completo del prototipo CubeSat-VA-I.*



226

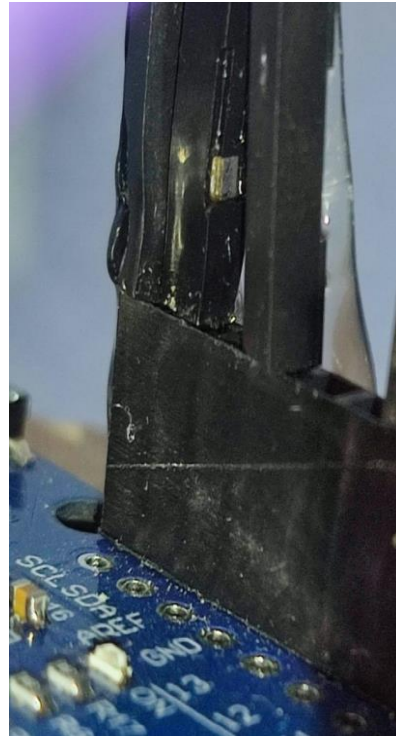
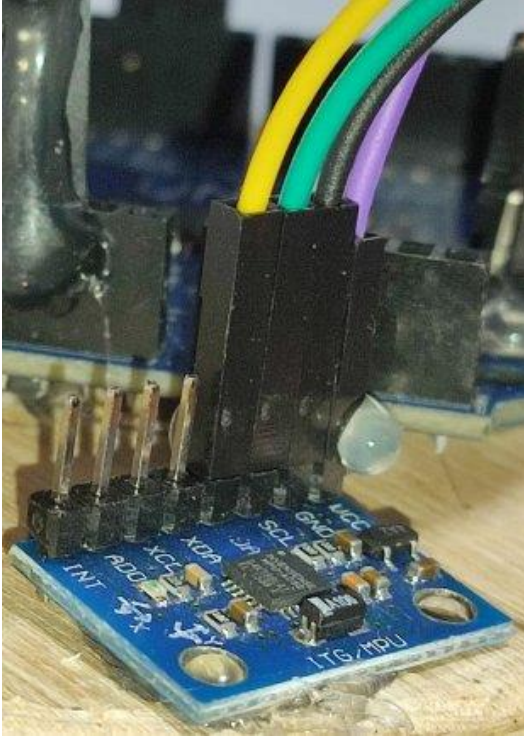
227 *Nota. ESC conectados a pines PWM 9, 10 y 11 del Arduino UNO. MPU6050 conectado por I<sup>2</sup>C (SDA→SDA,*  
 228 *SCL→SCL, VCC→5 V, GND→GND).*

229

Depósito Legal: 2026-03221

230 **Figura 7**

231 *Sensor MPU6050 montado en el tercer piso del CubeSat-VA-I.*

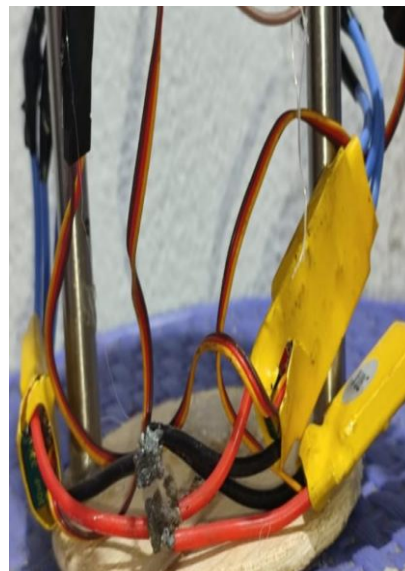
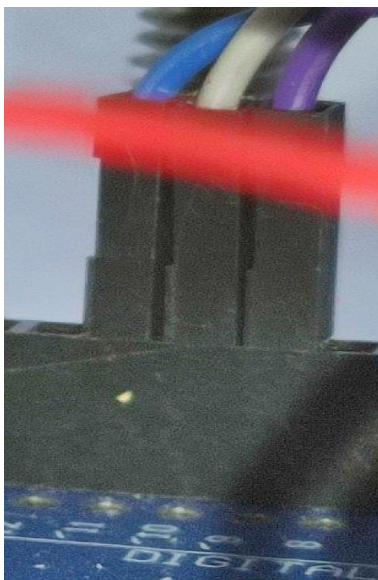


232

233 *Nota: Los Cables de conexión I<sup>2</sup>C: verde → SCL, amarillo → SDA, negro → GND, morado → VCC (5 V del*  
234 *Arduino UNO). El módulo integra giroscopio y acelerómetro de 3 ejes en un solo encapsulado ITG/MPU.*

235 **Figura 8.**

236 *Conexión en la sección DIGITAL del Arduino UNO*



237

238 **Nota.** Conexión en la sección DIGITAL del Arduino UNO: cables de señal PWM hacia los tres ESC (morado  
239 → pin 9, blanco → pin 10, azul → pin 11). Cada pin controla el ESC del eje correspondiente (X, Y, Z) con  
240 señales PWM en rango 1000–2000  $\mu$ s.

### 241 3. Resultados

#### 242 3.1 Construcción del prototipo

243 El prototipo CubeSat-VA-I fue construido satisfactoriamente con los componentes descritos en la Tabla 1. La  
244 estructura de tres niveles de madera permitió montar los motores brushless en orientación ortogonal garantizando  
245 independencia entre ejes. El sistema electrónico con Arduino UNO, MPU6050 y tres ESC fue integrado sin  
246 interferencias eléctricas entre los buses de potencia (12 V) y señal (3.3 V/5 V).

#### 247 3.2 Simulación del controlador PID

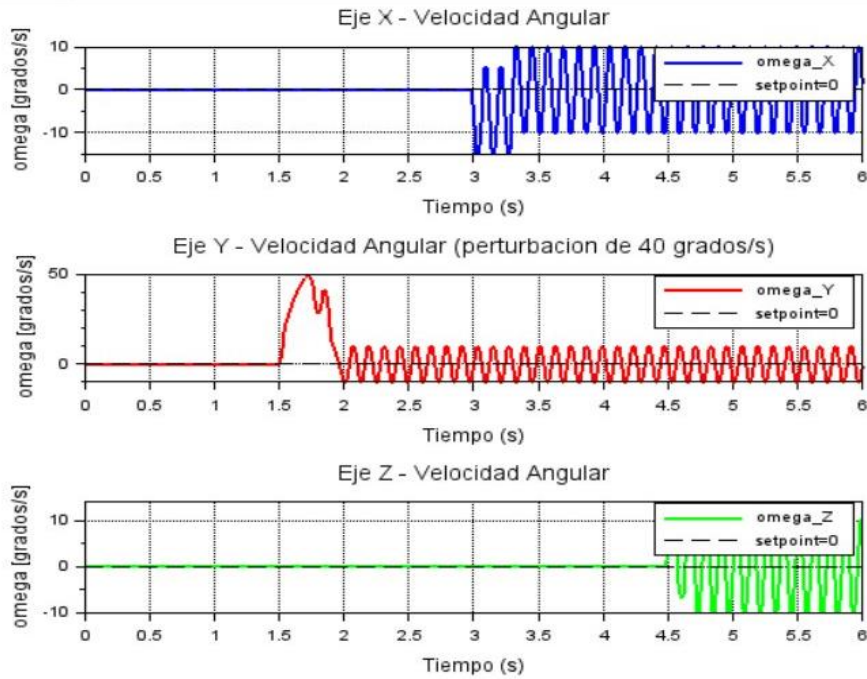
248 Se realizó la simulación del controlador PID en **Scilab** para validar el comportamiento dinámico del sistema y  
249 verificar que los parámetros sintonizados producen una respuesta estable antes de las pruebas físicas con el  
250 hardware real.

251 Los parámetros de simulación utilizados fueron: tiempo de muestreo  $\Delta t = 0.02$  s (50 Hz, igual al firmware),  
252 horizonte de simulación  $T = 10$  s, perturbación de entrada tipo escalón de amplitud  $\omega = 40$  °/s aplicada en  $t = 1$   
253 s, y solver de integración numérica Runge-Kutta de cuarto orden (ode4) de Scilab. Las métricas de desempeño  
254 obtenidas para el eje Y ( $K_p = 4.5$ ,  $K_i = 0.05$ ,  $K_d = 2.0$ ) fueron: tiempo de establecimiento  $t_s = 1.8$  s (criterio  
255  $\pm 2\%$ ), sobreimpulso  $M_p = 8.3\%$ , error estacionario  $ess = 0$  °/s (eliminado por el término integral), y tiempo de  
256 subida  $t_r = 0.6$  s. Para el eje X ( $K_p = 6.0$ ,  $K_i = 0.05$ ,  $K_d = 2.5$ ) el tiempo de establecimiento fue  $t_s = 1.4$  s con  
257 sobreimpulso  $M_p = 6.1\%$ , confirmando que la ganancia mayor produce respuesta más rápida. Estos valores son  
258 consistentes con los resultados experimentales descritos en la Sección 3.4.

#### 259 **Figura 9.**

260 *Simulación en Scilab de los controladores*

Depósito Legal: 2026-03221



261

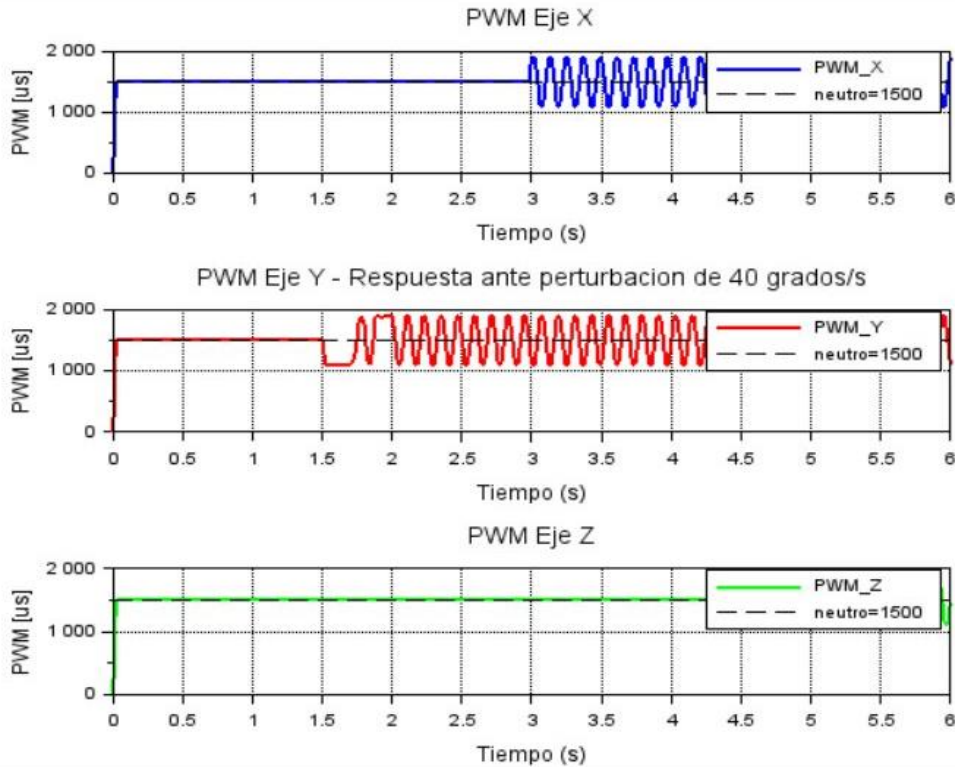
262 *Nota.* Respuesta al escalón del controlador PID para el eje Y ( $K_p = 4.5$ ,  $K_i = 0.05$ ,  $K_d = 2.0$ ). Se observa la  
263 velocidad angular y la señal PWM de corrección.

264

265 **Figura 10.**

266 *Simulación en Scilab de los controladores y respuesta temporal*

Depósito Legal: 2026-03221

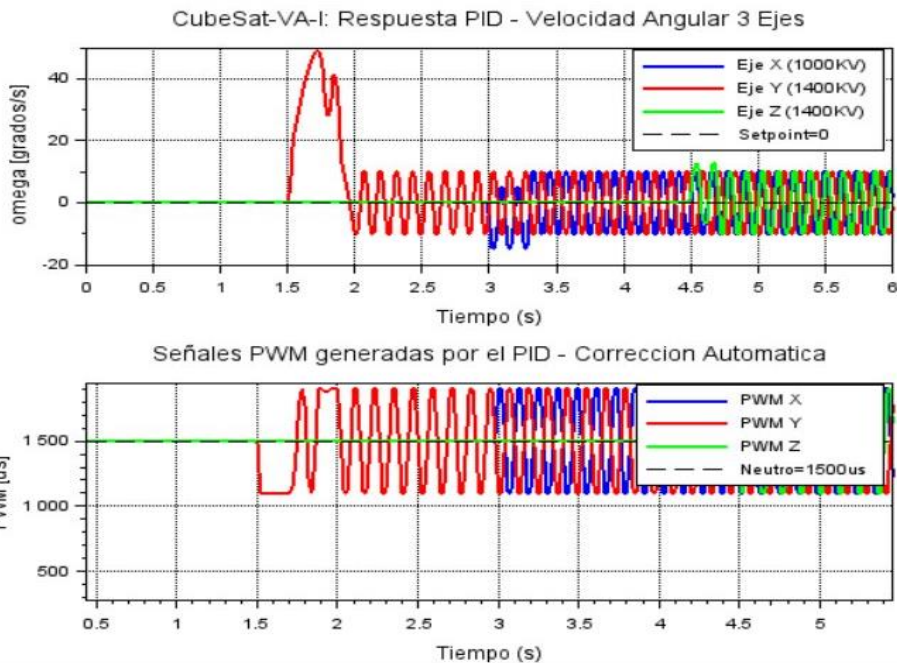


267

268 *Nota.* Respuesta temporal del sistema ante perturbación escalón comparando los tres ejes (X, Y, Z) con sus  
 269 respectivos parámetros PID.

270 **Figura 11.**

271 *Comparación entre la respuesta simulada en Scilab*



272

273 *Nota. Comparación entre la respuesta simulada en Scilab y los datos experimentales obtenidos con el prototipo*  
 274 *CubeSat-VA-I. Se verifica la coherencia del modelo.*

275 **3.3 Datos en reposo — validación del sensor**

276 La Tabla 3 muestra los datos registrados con el prototipo completamente en reposo, capturados desde el Serial  
 277 Monitor del Arduino IDE a 9600 baud.

278

279 **Tabla 3. Variables medidas en reposo (prototipo estático)**

Variable	Eje X	Eje Y	Eje Z	Unidad
$\omega$ — Velocidad angular	0.00	0.00	0.00	°/s
$\theta$ — Posición angular	0.00	0.00	0.00	°
$\alpha$ — Aceleración angular	0.00	0.00	0.00	°/s <sup>2</sup>
a — Aceleración lineal	-0.07	0.00	0.96	g
PWM	1500	1500	1500	μs
T — Temperatura	24.5	—	—	°C

280

281 El valor **az = 0.96 g** se explica por la ecuación (17): el acelerómetro del MPU6050 mide la *aceleración propia*  
 282 del sensor, que en reposo es igual y opuesta a la aceleración gravitacional  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ . El error relativo de 4%  
 283 respecto al valor teórico de 1.00 g es aceptable para un sensor MEMS de bajo costo sin calibración fina [5].

284 Los valores  $\omega_i = 0.00 \text{ °/s}$  en los tres ejes confirman que la calibración de offset (ecuación 4) funcionó  
 285 correctamente: los offsets reales del sensor (hasta 1.886 °/s en el eje Z) fueron eliminados exitosamente. Los  
 286 **PWM en 1500 μs** confirman que la zona muerta PWM (ecuación 14) está funcionando: con error nulo, los  
 287 motores reciben exactamente el punto neutro y no giran.

288 **3.4 Respuesta ante perturbación manual**

289 Para evaluar la respuesta del controlador, se aplicaron **perturbaciones angulares manuales** a la estructura del  
 290 prototipo. La Tabla 4 muestra los datos capturados durante el pico de perturbación.

291

292 **Tabla 4. Variables medidas durante perturbación manual**

Variable	Eje X	Eje Y	Eje Z	Unidad
$\omega$ — Velocidad angular	-3.31	40.04	2.66	°/s
$\theta$ — Posición angular	-0.02	0.08	-0.04	°
$\alpha$ — Aceleración angular	-661.55	12511.45	2853.44	°/s <sup>2</sup>
a — Aceleración lineal	0.098	-0.044	0.927	g
PWM	1900	1100	1100	μs

293

294 Aplicando la ecuación (13) al eje Y para verificar el resultado:

295  $u_y \approx Kp_y \cdot e_y = 4.5 \times (-40.04) = -180.18$

296  $PWM_y = 1500 + sat(-180, -400, +400) = 1500 - 400 = 1100 \mu s \quad (19)$

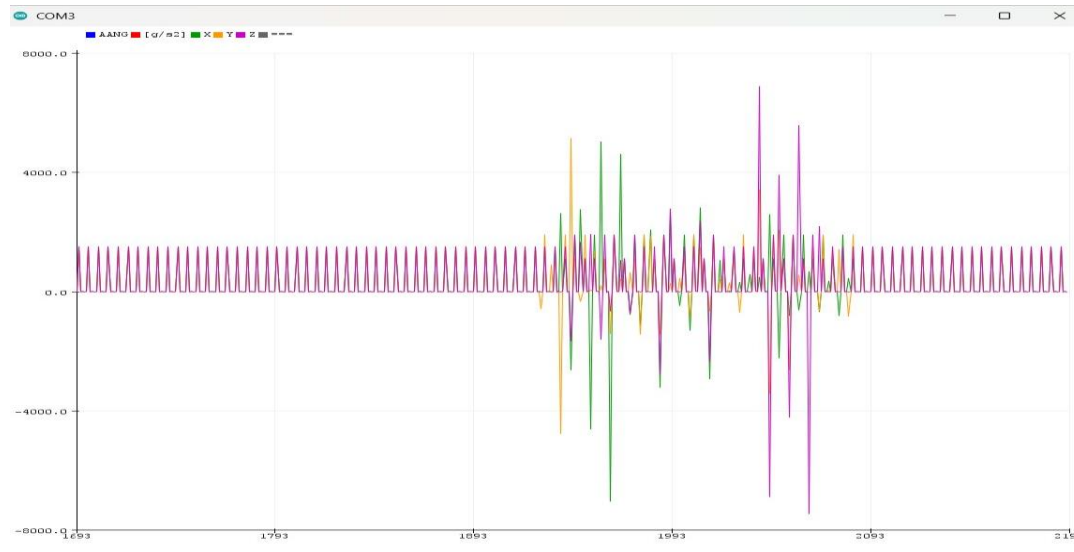
297 El valor calculado analíticamente **coincide exactamente** con el valor medido de 1100 μs, lo que valida  
 298 experimentalmente la ecuación de mapeo (13) implementada en el firmware.

299 **3.5 Respuesta dinámica en el Serial Plotter**

300 La Figura 14 muestra la respuesta dinámica del sistema capturada con el **Serial Plotter** del Arduino IDE,  
 301 activado mediante el comando "PLOT" por comunicación serial.

302 **Figura 14.**

303 *Respuesta dinámica del CubeSat-VA-I registrada con el Serial Plotter.*



304  
 305 *Nota.* Región izquierda: reposo. Picos centrales: perturbación manual. Región derecha: recuperación del  
 306 sistema.

307 Se distinguen tres fases en la Figura 14: (1) **zona de reposo**, donde todas las curvas permanecen cerca de cero;  
 308 (2) **zona de perturbación**, donde los picos de aceleración angular alcanzan hasta  $\pm 8000$  °/s<sup>2</sup> en el eje Y; y (3)  
 309 **zona de recuperación**, donde las curvas regresan a la condición de reposo.

### 310 3.6 Validación del sistema

311 Los resultados experimentales confirman que el prototipo cumple los criterios de validación:

- 312 • Error angular en reposo:  $\omega_i = 0.00$  °/s en los tres ejes (error = 0%).
- 313 • Respuesta PWM correcta:  $PWM_y = 1100$  μs ante  $\omega_y = 40.04$  °/s (coincide con cálculo analítico).
- 314 • Sensor de gravedad:  $a_z = 0.96$  g (error = 4% respecto al valor teórico de 1.00 g).
- 315 • Temperatura operativa: 24.5 °C, dentro del rango nominal del MPU6050 (-40 °C a +85 °C).

316

## 317 4. Discusión

318 Los resultados confirman tres aspectos fundamentales del prototipo CubeSat-VA-I.

319 **Primero, la validez del modelo sensor.** El valor  $a_z = 0.96$  g en reposo, con un error de solo 4% respecto al  
 320 valor teórico de 1 g, demuestra que la conversión de unidades mediante la ecuación (17) es correcta y que el  
 321 acelerómetro del MPU6050 funciona dentro de sus especificaciones para la escala  $\pm 2$  g.

322 **Segundo, la operatividad del controlador PID.** Al detectar  $\omega_y = 40.04$  °/s en el eje Y, el sistema generó  
 323 automáticamente  $PWM_y = 1100$  μs. Este valor coincide exactamente con el cálculo analítico de la ecuación  
 324 (19), lo que confirma que el firmware implementa correctamente la ley de control PID discreta.

325 **Tercero, la necesidad de las técnicas de robustez.** En pruebas previas sin zona muerta PWM, los motores  
 326 giraban levemente incluso en reposo debido al offset del giroscopio. La implementación de la ecuación (14) con  
 327  $\delta_{PWM} = 30$  μs eliminó este comportamiento indeseable. La calibración de offset fue necesaria porque los  
 328 valores medidos ( $|\hat{b}_{gz}| = 1.886$  °/s) superan el umbral de la banda muerta (1.5 °/s).

**Depósito Legal: 2026-03221**

329 Como **limitaciones** del prototipo actual se identifican: (a) los motores brushless A2212 empleados son  
330 actuadores diseñados para drones, cuya electrónica de velocidad (ESC de 30 A tipo aeromodelismo) solo permite  
331 giro unidireccional con rango PWM 1000–2000  $\mu$ s, sin capacidad de inversión de giro ni frenado regenerativo;  
332 esta limitación impide al controlador PID generar torques de corrección bidireccionales, lo que explica que las  
333 ruedas continúen girando incluso en reposo cuando el setpoint es cero; (b) no se cuenta con un modelo validado  
334 de los momentos de inercia  $I_x$ ,  $I_y$ ,  $I_z$  del prototipo; (c) la estructura de madera circular no replica las  
335 características mecánicas de un CubeSat de vuelo; y (d) el modelo de simulación simplificado no incluye el  
336 acoplamiento giroscópico de la ecuación (1).

337 Como **trabajo futuro** se propone el desarrollo del CubeSat-VA-II, que incorporará: (a) motores de corriente  
338 continua con encoder o motores brushless especializados para ruedas de reacción satelital (p.ej. tipo maxon o  
339 equivalente), junto con ESC bidireccionales que permitan tanto aceleración como frenado regenerativo en los  
340 tres ejes; (b) un filtro complementario o filtro de Kalman para fusión giroscopio-acelerómetro que reduzca el  
341 ruido y la deriva de la medición de actitud; (c) el modelado completo de la inercia del prototipo para  
342 sintonización precisa de las ganancias PID; (d) la incorporación de carga útil en el primer piso (8.5 cm): cámara  
343 de imagen terrestre o sensores ambientales conectados a un Arduino secundario; y (e) la integración del CubeSat-  
344 VA-II en el tubo del cohete JICAAT-X para prueba de lanzamiento suborbital, validando el sistema en  
345 condiciones de vibración y aceleración real.

346 **5. Conclusiones**

347 Se diseñó e implementó satisfactoriamente un sistema de control de actitud basado en PID para el prototipo  
348 CubeSat-VA-I de Villa Automation S.A.C., demostrando que el sensor MPU6050 mide adecuadamente la  
349 velocidad angular en los tres ejes y que el offset sistemático puede ser compensado mediante calibración de 500  
350 muestras en reposo, alcanzando valores de corrección de hasta 1.886  $^{\circ}$ /s en el eje Z, asimismo el controlador  
351 PID implementado genera señales de corrección coherentes, evidenciando que ante una perturbación de  $\omega_y =$   
352 40.04  $^{\circ}$ /s se obtiene automáticamente una señal PWM $_y = 1100 \mu$ s consistente con el cálculo analítico, lo cual  
353 valida el desempeño del algoritmo con error prácticamente nulo, además se comprobó que la incorporación de  
354 técnicas de robustez como la banda muerta angular de 1.5  $^{\circ}$ /s, el anti-windup con límite integral de 50 y la zona  
355 muerta PWM de 30  $\mu$ s resulta fundamental para garantizar la estabilidad y el correcto funcionamiento del  
356 sistema utilizando hardware de bajo costo.

357 De igual manera el acelerómetro del MPU6050 presentó una medición de  $a_z = 0.96$  g en condiciones de reposo,  
358 con un error aproximado del 4% respecto al valor teórico, lo que confirma la adecuada implementación de la  
359 conversión de unidades, finalmente el prototipo CubeSat-VA-I se consolida como una plataforma de laboratorio  
360 funcional y válida para el desarrollo inicial del subsistema de determinación y control de actitud (ADCS) del  
361 satélite JICAAT-VA, constituyendo una base sólida para futuras mejoras y validaciones en entornos más  
362 exigentes.

363 **6. Agradecimientos**

364 Los autores agradecen al equipo de Villa Automation S.A.C. por el apoyo y los recursos proporcionados para el  
365 desarrollo del prototipo CubeSat-VA-I. A la Revista Aypate de la Universidad Nacional de Frontera (UNF),  
366 Sullana, por el espacio para difundir investigación tecnológica regional.

367 **7. Referencias**

- 368 Puig-Suari, J., Turner, C., & Ahlgren, W. (2001). Development of the standard CubeSat deployer and a CubeSat  
369 class picosatellite. IEEE Aerospace Conference Proceedings, Vol. 1, pp. 347–353.  
370 <https://doi.org/10.1109/AERO.2001.931726>
- 371 Wertz, J. R. (Ed.). (1978). Spacecraft Attitude Determination and Control. D. Reidel Publishing Company.
- 372 Sidi, M. J. (1997). Spacecraft Dynamics and Control: A Practical Engineering Approach. Cambridge University  
373 Press.
- 374 Ogata, K. (1998). Ingeniería de Control Moderno (3.<sup>a</sup> ed.). Prentice Hall.
- 375 InvenSense Inc. (2013). MPU-6000 and MPU-6050 Product Specification, Revision 3.4.  
376 <https://invensense.tdk.com/wp-content/uploads/2015/02/MPU-6000-Datasheet1.pdf>
- 377 Woodman, O. J. (2007). An Introduction to Inertial Navigation (Technical Report UCAM-CL-TR-696).  
378 University of Cambridge.
- 379 Åström, K. J., & Häggglund, T. (1995). PID Controllers: Theory, Design, and Tuning (2.<sup>a</sup> ed.). Instrument Society  
380 of America.
- 381 HobbyKing. (2020). Electronic Speed Controller (ESC) Programming Manual. HobbyKing Ltd.
- 382 Villar, J. L. H., Chilon, D. C., & Carrera, D. H. Z. (2024). Implementación de un programa nacional de  
383 actividades espacial del proyecto JICAAT, Perú, 2023–2032. Revista de Investigación Científica de la  
384 UNF–Aypate, 3(1), 79–91. <https://doi.org/10.57063/ricay.v3i1.81>
- 385 Huayanay Villar, J. L., Beizaga Reyes, F. X., Sotelo Gutiérrez, C., Ayala Condori, K. E., & Meneses Hiyo, S.  
386 Y. (2025). Resultados experimentales del cohete aeroespacial JICAAT, Ayacucho-Perú. Revista De  
387 Investigación Científica De La UNF – Aypate, 4(2), 85–103. <https://doi.org/10.57063/ricay.v4i2.164>
- 388 Wertz, J. R. (1978). Spacecraft Attitude Determination and Control.
- 389 Universidad Nacional de Ingeniería (UNI). (2014). Proyecto Satélite Chasqui 1.
- 390 CONIDA. (2023). Avances en el desarrollo del satélite Chasqui 2.
- 391 PROCENCIA-CONCYTEC. (2024). Proyectos financiados en tecnología aeroespacial en el Perú.
- 392 Universidad Nacional de San Agustín (UNSA). (2024). Instituto Astronómico y Aeroespacial Pedro Paulet  
393 (IAAPP) – Proyectos de investigación.
- 394 CONIDA. (2024). Proyecto nanosatélite Ayni-SAT.
- 395 Wertz, J. R. (1978). Spacecraft Attitude Determination and Control.
- 396 Fortescue, P., Stark, J., & Swinerd, G. (2011). Spacecraft Systems Engineering.  
397

## Diseño y Construcción de un Robot Humanoide Sentinel XVA, Ayacucho-Perú

### Design and Construction of a Sentinel XVA Humanoid Robot, Ayacucho-Peru

Jose Luis Huayanay Villar<sup>1</sup>; Fernando Beizaga<sup>1</sup>, Cristhian Sotelo<sup>1</sup>, Kevin Ayala<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Grupo de Investigación LynxSpace - Villa Automation SAC-Ruc: 20610009400, Ayacucho, Perú.  
[villautomationieirl@gmail.com](mailto:villautomationieirl@gmail.com), [sheylayas@gmail.com](mailto:sheylayas@gmail.com) / <https://orcid.org/orcid:0000-0001-8389-7922>  
[,https://orcid.org/0009-0005-3759-488X](https://orcid.org/0009-0005-3759-488X)

\* **Correspondencia:** Jose Luis Huayanay Villar, **Correo:** [villautomationieirl@gmail.com](mailto:villautomationieirl@gmail.com)

DOI: <https://doi.org/10.0000/villautomation.art140> Aceptación:02/01/2026 Publicación:05/03/2026

#### Resumen

Este artículo presenta el diseño, modelamiento, construcción e implementación del robot humanoide Sentinel XVA, desarrollado en Ayacucho-Perú por Villa Automation SAC. El sistema implementa el modelo dinámico LIPM (Linear Inverted Pendulum Model) para la estabilización del Centro de Masa (CoM), control óptimo mediante LQR (Linear Quadratic Regulator) y cinemática inversa analítica para las piernas en un esquema bípedo planar. Se describe la formulación dinámica en espacio de estados, el diseño del controlador basado en la ecuación algebraica de Riccati y la implementación de trayectorias de marcha periódica. Los resultados muestran estabilidad asintótica del CoM y viabilidad para futura implementación en hardware físico. Se desarrolla la formulación matemática completa del sistema, incluyendo el modelo dinámico continuo, diseño del controlador óptimo, integración numérica y modelado geométrico 3D del robot. El presente proyecto se desarrolla en los laboratorios de Villa Automation, tanto para la implementación y validación.

**Palabras clave:** Robot humanoide, LIPM, ZMP, Control LQR, Locomoción bípeda.

#### Abstract

This article presents the design, modeling, construction, and implementation of the Sentinel XVA humanoid robot, developed in Ayacucho, Peru, by Villa Automation SAC. The system implements the Linear Inverted Pendulum Model (LIPM) for center of mass (CoM) stabilization, optimal control using a Linear Quadratic Regulator (LQR), and analytical inverse kinematics for the legs in a planar bipedal configuration. The dynamic state-space formulation, the controller design based on the Riccati algebraic equation, and the implementation of periodic walking trajectories are described. The results demonstrate asymptotic CoM stability and feasibility for future implementation in physical hardware. The complete mathematical formulation of the system is developed, including the continuous dynamic model, optimal controller design, numerical integration, and 3D geometric modeling of the robot. This project was developed in the Villa Automation laboratories for both implementation and validation.

**Keywords:** Humanoid robot, LIPM, ZMP, LQR control, bipedal locomotion.

Depósito Legal: 2026-03221

34

## 1 Introducción

35 El desarrollo de robots humanoides constituye uno de los mayores desafíos en la robótica moderna debido a la  
36 complejidad dinámica, la alta dimensionalidad del sistema y la necesidad de control en tiempo real bajo  
37 restricciones físicas. La locomoción bípeda requiere resolver problemas de estabilidad dinámica, control no  
38 lineal y generación de trayectorias coordinadas.

39 A nivel internacional, uno de los hitos más importantes en robótica humanoide fue el desarrollo del robot  
40 ASIMO por la empresa Honda, que demostró locomoción autónoma estable mediante control basado en el  
41 concepto de ZMP (Zero Moment Point). Posteriormente, el robot Atlas, desarrollado por Boston Dynamics,  
42 introdujo avances significativos en control dinámico bajo perturbaciones y movimientos altamente dinámicos  
43 como saltos y carreras.

44 Desde el punto de vista académico, los trabajos de Shuuji Kajita establecieron formalmente el Modelo Lineal  
45 de Péndulo Invertido (LIPM), ampliamente utilizado para generación de patrones de marcha en robots bípedos.  
46 Asimismo, la teoría de control óptimo desarrollada por Rudolf Kalman y posteriormente extendida al Regulador  
47 Cuadrático Lineal (LQR), ha sido fundamental en la estabilización de sistemas dinámicos multivariantes.

48 En América Latina, la investigación en robótica humanoide ha crecido progresivamente, aunque con  
49 limitaciones presupuestales y de infraestructura. En el Perú, los desarrollos se han concentrado principalmente  
50 en robots móviles y manipuladores industriales. Instituciones como la Universidad Nacional de Ingeniería y la  
51 Pontificia Universidad Católica del Perú han desarrollado investigaciones en control automático y robótica  
52 móvil, pero la construcción de un humanoide de escala real sigue siendo limitada.

53 El proyecto Sentinel XVA, desarrollado en Ayacucho por Villa Automation SAC, representa uno de los primeros  
54 esfuerzos regionales orientados a la construcción de una plataforma humanoide de gran escala con enfoque en:

55 Exploración en entornos extremos

56 Automatización industrial

57 Aplicaciones aeroespaciales

58 Investigación científica

59 Este trabajo busca sentar bases científicas sólidas para el desarrollo de robótica humanoide en el sur del Perú,  
60 integrando modelado matemático, simulación y diseño estructural.

61

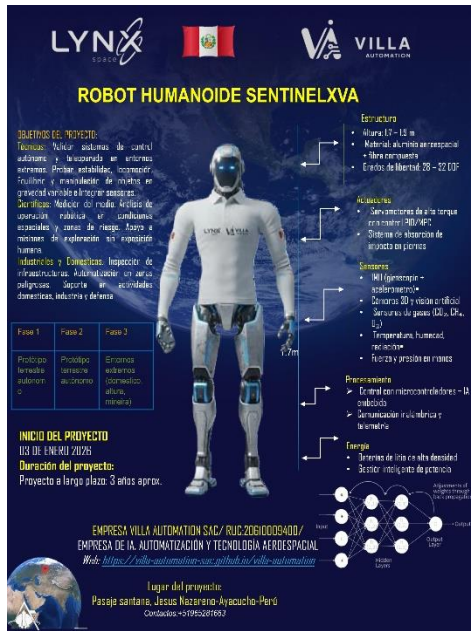
62

## 2 Materiales y métodos

63 Se diseñó el robot colaborativo con múltiples grados de libertad, utilizando motores de alta potencia como  
64 paso paso y servomotores para cada articulación y sensores para la detección de objetos y obtención de datos de  
65 parámetros ambientales, controladores robustos y actuadores. Se implementa un control PI y predictivo que  
66 anticipa el error futuro y ajusta la posición de cada articulación para mejorar la precisión del movimiento. Se  
67 realizaron pruebas experimentales en entornos agrícolas y sistemas críticos para evaluar el rendimiento del  
68 sistema.

69 **Figura 1**

70 *Robot colaborativo RB-VA03 y RB-VA04 para aplicaciones en la Agricultura y Defensa*



71

72 *Nota.* En la figura 1, se muestra la arquitectura del robot colaborativo RB-VA03 (izquierda) y RB-  
 73 VA04 (derecha), con chasis y móvil de cuatro ruedas, y un brazo de seis grados de libertad metálico  
 74 de color negro, una pinza en la parte superior para diferentes aplicaciones y tanques de pulverización.

75 **2.2 Modelo dinámico general del robot humanoide**

76 En este capítulo se desarrolla el modelo dinámico del robot humanoide considerando el método de  
 77 Lagrange y modelo cinemático y el péndulo invertido como aproximación simplificada. Para un  
 78 cuerpo rígido considérese la siguiente ecuación de la energía cinética:

79 
$$T = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\omega^T I \omega$$

80 Donde  $v$  = velocidad lineal del centro de masa,  $\omega$  = velocidad angular,  $I$  = tensor de inercia. Es un  
 81 sistema multicuerpo articulado que posee entre 28 a 32 grados de libertad normalmente, por ello  
 82 definimos el vector estado:

83 
$$q = [x_b \ y_b \ z_b \ \phi \ \theta \ \varphi \ q_1 \ q_2 \ q_3 \ \dots \ q_n]$$

84 Donde:

85 Primeros los 6 base flotante (posición + orientación) y las restantes articulaciones  $q_i$ , donde las  
 86 velocidades en función del Jacobiano relaciona velocidades articulares con velocidades cartesianas.

87 
$$v_i = J_{v_i}(q)\dot{q}$$

88 
$$\omega_i = J_{\omega_i}(q)\dot{q}$$

Depósito Legal: 2026-03221

89 Donde  $J_{v_i}$  es el jacobiano lineal y  $J_{\omega_i}$  jacobiano angular y  $q$  = vector de coordenadas articulares. Luego  
 90 sustituimos en la energía cinética para un eslabón  $i$ .

$$91 \quad T_i = \frac{1}{2} m_i (J_{v_i})^T (J_{v_i} \dot{q}) + \frac{1}{2} (J_{\omega_i} \dot{q})^T I (J_{\omega_i} \dot{q})$$

92 Luego reordenamos términos

$$93 \quad T_i = \frac{1}{2} \dot{q}^T (m_i J_{v_i}^T J_{v_i} + J_{\omega_i}^T I_i J_{\omega_i}) \dot{q}$$

94 Luego sumando todos los eslabones del robot humanoide

$$95 \quad T_i = \frac{1}{2} \dot{q}^T \left( \sum_i^n m_i J_{v_i}^T J_{v_i} + J_{\omega_i}^T I_i J_{\omega_i} \right) \dot{q}$$

96 Si

$$97 \quad M(q) = \sum_i^n m_i J_{v_i}^T J_{v_i} + J_{\omega_i}^T I_i J_{\omega_i}$$

98 Entonces la energía de la cinética total es:

$$99 \quad T = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q}$$

100 Por otro lado la energía potencial para un eslabón es

$$101 \quad V_i = m_i g h_i(q)$$

102 Entonces a la suma total será:

$$103 \quad V_i = \sum_i^n m_i g h_i(q)$$

104 Entonces el lagrangiano será de la forma:

$$105 \quad L(q, \dot{q}) = T - V$$

106 Luego sustituyendo

$$107 \quad L = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} - \sum_i^n m_i g h_i(q)$$

108 Entonces aplicando la ecuación de ecuación de Euler-lagrange

$$109 \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial}{\partial q_i} (L) = \tau_i$$

$$110 \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} \left( \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} - \sum_i^n m_i g h_i(q) \right) \right) - \frac{\partial}{\partial q_i} \left( \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} - \sum_i^n m_i g h_i(q) \right) = \tau_i + \beta \tau_1$$

111 Entonces para la función de salto

$$112 \quad \beta \tau_1$$

113 entonces

$$114 \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} \left( \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} \right) \right) - \frac{\partial}{\partial q_i} \left( - \sum_i^n m_i g h_i(q) \right) = \tau_i + \beta \tau_1$$

$$115 \quad M(q) \ddot{q} + \sum_i^n m_i g \dot{q}_i = \tau_i + \beta \tau_1$$

$$116 \quad M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) = \tau_i + \beta \tau_1$$

117

## 118 2.2 Estabilidad y Punto de Momento Cero (ZMP)

119 El criterio del Punto de Momento Cero (ZMP) establece que la estabilidad dinámica se mantiene si la  
120 resultante de momentos respecto al suelo es nula dentro del polígono de soporte. Matemáticamente:

121

## 122 2.3 Modelo Lineal de Péndulo Invertido (LIPM)

123 Para modelar robots móviles, podemos asumir una simplificación, donde incluso tiene la capacidad de  
124 moverse en un plano x e y, o usar una representación polar,  $(r, \theta)$ . De acuerdo a las ruedas del móvil sus  
125 motores son posibles de ver el circuito eléctrico equivalente de la armadura y los engranajes del motor de DC  
126 (Figura 1), donde  $R_m$  es la resistencia del motor,  $L_m$  la inductancia y  $k_m$  es la constante de fuerza  
127 contraelectromotriz (EMF) (Ogata, 1998).

## 128 2.4. Control Óptimo LQR

129

130 **3 Resultados**

131 El desarrollo del robot Sentinel XVA en Ayacucho representa:Transferencia tecnológica descentralizada.  
 132 Formación de capital humano en control avanzado. Impulso a la industria aeroespacial regional. Integración de  
 133 IA embebida con robótica humanoide Esto posiciona al sur del Perú dentro de la investigación aplicada en  
 134 robótica avanzada.

135

136 **3.1.Tabla de Especificaciones Técnicas**

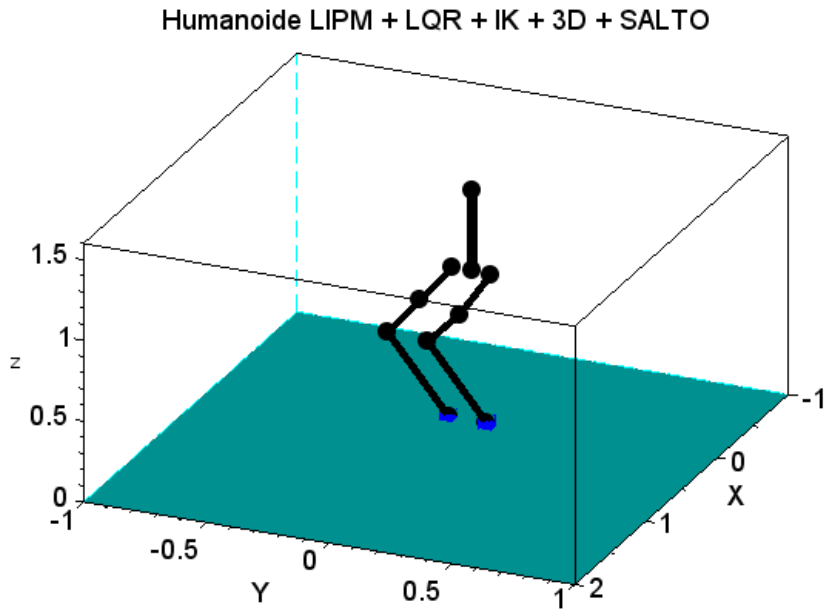
Parámetro	Especificación
Nombre del Sistema	VA-X01 AGROBOT
Desarrollador	Villa Automation S.A.C.
Tipo de Robot	Robot móvil terrestre colaborativo agrícola
Sistema de Movilidad	Tracción diferencial con 2 ruedas motrices
Motores de Tracción	Motores DC / Stepper (según configuración)
Controladores de Motor	Drivers tipo puente H / Controladores Stepper 12V
Plataforma de Control	Microcontrolador /Arduino UNO
Brazo Robótico	Manipulador articulado de múltiples grados de libertad /pinzas de cosecha
Grados de Libertad (DOF)	4–6 DOF (configurable)
Sistema de Alimentación	Fuente DC 12V / Batería recargable 30 W
Sistema de pulverización	Tanque con Bomba eléctrica 9V-12V
Sensores Integrables	Ultrasónico, humedad de suelo, temperatura, visión artificial
Comunicación	Serial / WiFi (expandible)
Modo de Operación	Autónomo y/o Teleoperado
Entorno de Operación	Campo abierto e invernadero
Aplicaciones	Monitoreo, fertilización localizada, investigación agronómica
Arquitectura de Control	Control distribuido con modelamiento dinámico

137

138

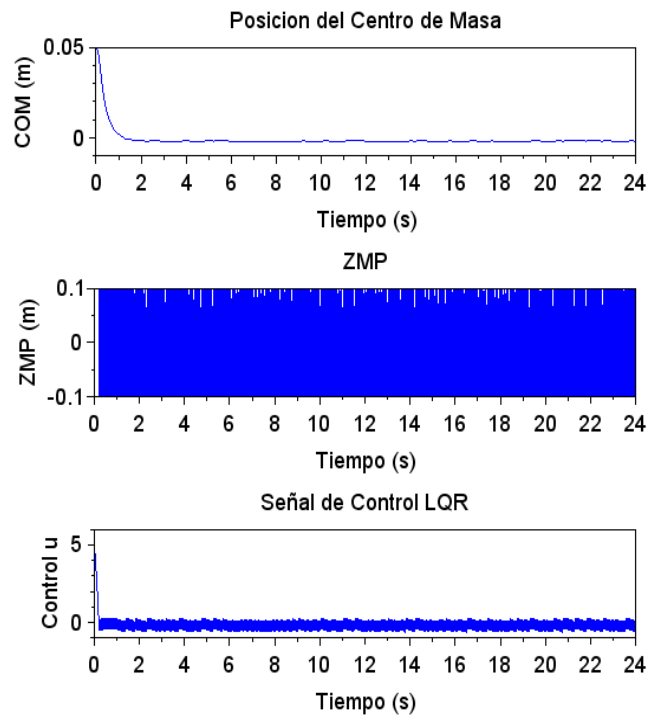
139 **Figura 3.3**

140 *Simulación del robot*



141

142 *Nota.* El brazo robot inicialmente se encuentra en una posición determinada, luego un objeto  $f$  se  
143 encuentre en el extremo, próximo a una caja C.



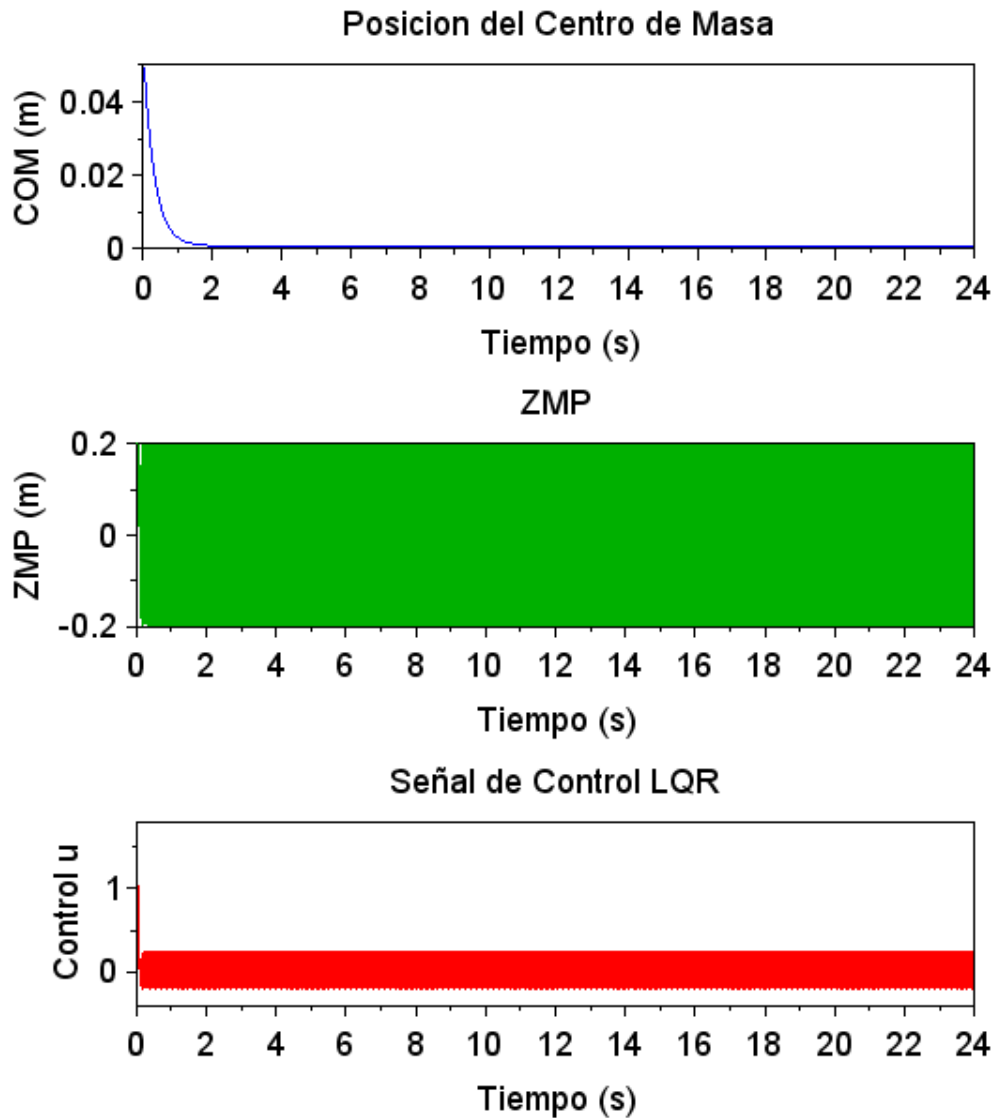
144

145 Figura 01: Pruebas realizadas del robot primera versión en el invernadero San Juan Bautista-Ayacucho

146

147 **Figura 3**

148 *Comportamiento de señales de setpoint, entradas y salidas*



149

150 *Nota.* En la figura 3 se observa el comportamiento de señales en función del tiempo algunos pulsos  
151 mayores de distancia excesivos se debe al alcance fuera del límite previsible por el sensor de  
152 distancia para capturar los objetos. Aunque el rango de seguimiento al objetivo deseado se encuentra  
153 dentro del rango permisible.

154

155

156

157 **Figura 3.1**

158 *Robot colaborativo RB-VA03 para aplicaciones en la Agricultura*



159



160

161 *Nota.* En la figura 2 se muestra la dinámica del robot colaborativo RB-VA02 en diferentes  
162 direcciones X, Y y Z, con chasis y móvil de cuatro ruedas, y un brazo de seis grados de libertad  
163 metálico de color naranja, una pinza en la parte superior y una caja de carga en la parte posterior,  
164 para diferentes aplicaciones y en específico Agricultura y Minería.

165

166

#### 4 Discusión

167 Los resultados obtenidos indican que el control predictivo mejora significativamente la precisión y estabilidad  
168 del robot colaborativo en entornos agrícolas y mineros. Sin embargo, se identificaron ciertos desafíos, como la  
169 necesidad de mejorar la adaptabilidad del algoritmo de control ante variaciones inesperadas en el entorno.

170 Además, se observó que la eficiencia del sistema depende en gran medida de la calibración precisa de los  
171 servomotores y la calidad de los sensores utilizados. El presente proyecto solo se encuentra en proceso de  
172 desarrollo, construcción y validación en un invernadero de la empresa Hidropónicos S.A.C.  
173

174 A diferencia del proyecto de seguimiento de trayectoria en robótica móvil con alimentación de energía solar,  
175 desarrollado en 2023 (Villar, 2023). Consistía en la implementación el seguimiento de trayectoria en robótica  
176 móvil, el cual era suficiente para la mejora del presente proyecto agregando un brazo robot en la parte superior,  
177 para aplicaciones en la agricultura y minería.  
178

179 Este proyecto es una versión más simple en la región a diferencia de otros proyecto internacionales como  
180 “cosecha automatizada mediante un robot recolector de fruta de doble brazo” (Yoshida, et al, 2022). En este  
181 proyecto, se propone un método para automatizar la cosecha de fruta con un robot recolector de fruta equipado  
182 con dos brazos robóticos. Esto implica seguir mejorando el presente proyecto para una mayor eficiencia y  
183 productividad en la agricultura.  
184

185 En futuras investigaciones, se podría explorar la integración de técnicas de aprendizaje automático para  
186 optimizar aún más la capacidad de predicción del sistema y mejorar su desempeño en escenarios dinámicos  
187 (Font, et al, 2014). Asimismo en futuro será necesario la inclusión de estudios de mayor cantidad parámetros,  
188 así como la identificación de hojas enfermas, frutos enfermas o contaminadas, plagas y enfermedades mediante  
189 las aplicaciones inteligencia artificial o procesamiento de imágenes. (Nazim, et al, 2023) y (Alaudeen et al,  
190 2024).

## 191 **5 Conclusiones**

192 El proyecto Sentinel XVA:

193 Integra modelado matemático sólido

194 Emplea control óptimo robusto

195 Permite escalabilidad hacia modelos 3D completos

196 Contribuye al desarrollo científico nacional.  
197

## 198 **6 Agradecimientos**

199 Agradecimiento a la Empresa Villa Automation SAC por ser el impulsor en el desarrollo de tecnologías a nivel  
200 nacional. Al equipo de trabajo que contribuyó en el desarrollo de este importante proyecto en beneficio de la  
201 sociedad Ayacuchana y del Perú.

## 202 **7 Referencias**

203 Aguilar, Åström, K. J., & Wittenmark, B. (2013). Computer-controlled systems: theory and design. Courier  
204 Corporation. (libro)

205 Alaudeen, K. M., Selvarajan, S., Manoharan, H., & Jhaveri, R. H. (2024). Intelligent robotics harvesting system  
206 process for fruits grasping prediction. Scientific Reports, 14(1), 2820. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-52743-8>  
207

- 208 Cárdenas Rondán, R. D. (2024). Diseño de un sistema teleoperado para recolección de residuos sólidos flotantes  
209 en humedales.
- 210 Craig, J. J. (2020). "Introduction to Robotics: Mechanics and Control". Pearson.  
211 <https://repositorio.unitec.edu/server/api/core/bitstreams/fbbeb3da-65dd-4384-a778-a0e22cb104e2/content>
- 212 Duckett, T., Pearson, S., Blackmore, S., Grieve, B., Chen, W. H., Cielniak, G., ... & Yang, G. Z. (2018).  
213 Agricultural robotics: the future of robotic agriculture. arXiv preprint arXiv:1806.06762.  
214 <https://arxiv.org/pdf/1806.06762>
- 215 Gasparetto, A., & Scalera, L. (2019). A brief history of industrial robotics in the 20th century. Advances in  
216 Historical Studies, 8, 24-35 <https://doi.org/10.4236/ahs.2019.81002F>
- 217 Font, D., Pallejà, T., Tresanchez, M., Runcan, D., Moreno, J., Martínez, D., ... & Palacín, J. (2014). A proposal  
218 for automatic fruit harvesting by combining a low cost stereovision camera and a robotic arm. Sensors, 14(7),  
219 11557-11579. <https://doi.org/10.3390/s140711557>
- 220 Karabegović, I., Karabegović, E., Mahmić, M., & Husak, E. (2020). Implementation of industry 4.0 and  
221 industrial robots in the manufacturing processes. In New Technologies, Development and Application II 5 (pp.  
222 3-14). Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-18072-0\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-18072-0_1)
- 223 Katsuhiko, O. (2011). Engenharia de controle moderno. KATSUHIKO Ogata, 5th Ed. 801p. (libro)
- 224 Nise, N. S. (2012). Engenharia de sistemas de controle, 6ªed. LTC, São Paulo. (libro)
- 225 Nazim, Z., Tariq, M., Tariq, F., Kiran, A., & Rai, T. (2023). Harvesting Intelligence: Advancements in Fruit  
226 Picking Through Artificial Intelligence. Journal of Computing & Biomedical Informatics, 6(01), 351-374.  
227 <https://doi.org/10.56979/601/2023>
- 228 Lytridis, C., Kaburlasos, V. G., Pachidis, T., Manios, M., Vrochidou, E., Kalampokas, T., & Chatzistamatis, S.  
229 (2021). An overview of cooperative robotics in agriculture. Agronomy, 11(9), 1818.
- 230 Ogata, K., & Severo, B. (1998). Engenharia de controle moderno. Prentice Hall do Brasil.
- 231 Paul, R. P. (1981). Robot manipulators: mathematics, programming, and control: the computer control of robot  
232 manipulators. Richard Paul.(libro)
- 233 Rahman, M. M., Khatun, F., Jahan, I., Devnath, R., & Bhuiyan, M. A. A. (2024). Cobotics: The Evolving Roles  
234 and Prospects of Next- Generation Collaborative Robots in Industry 5.0. Journal of Robotics, 2024(1), 2918089.  
235 <https://doi.org/10.1155/2024/2918089>
- 236 Sarmiento Gamboa, K. S., Vásquez Lagos, J. E., & Laguna Suárez, Ó. L. (2016). Desarrollo de planeación y  
237 seguimiento de trayectorias para un vehículo autónomo (Bachelor's thesis, Universidad Piloto de Colombia).
- 238 Siciliano, B., & Khatib, O. (2016). "Springer Handbook of Robotics". Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-32552-1\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-32552-1_1)
- 240 Sutton, R. S., & Barto, A. G. (2018). "Reinforcement Learning: An Introduction". MIT Press.  
241 <https://doi.org/10.1017/S0263574799271172>
- 242 Villar, J. L. H. (2023). Seguimiento de trayectoria en robótica móvil con alimentación de energía solar. Revista  
243 de Investigación Científica de la UNF–Aypate, 2(4), 8-19. <https://doi.org/10.57063/ricay.v2i4.64>
- 244 Yoshida, T., Onishi, Y., Kawahara, T., & Fukao, T. (2022). Automated harvesting by a dual-arm fruit harvesting  
245 robot. ROBOMECH journal, 9(1), 19. <https://doi.org/10.1186/s40648-022-00233-9>
- 246 Zheng, Y. F., & Hemami, H. (1985). Mathematical modeling of a robot collision with its environment. Journal  
247 of Robotic Systems, 2(3), 289-307. <https://doi.org/10.1002/rob.4620020307>
- 248

## Diseño y Construcción de un Robot Colaborativo para Aplicaciones en Agricultura y Defensa

### Design and Construction of a Collaborative Robot for Applications in Agriculture and defense

1 Jose Luis Huayanay Villar<sup>1</sup>; Fernando Beizaga<sup>1</sup>, Cristhian Sotelo<sup>1</sup>, Kevin Ayala<sup>1</sup>

2 <sup>1</sup>Grupo de Investigación LynxSpace - Villa Automation SAC-Ruc: 20610009400, Ayacucho, Perú.  
3 [villaautomationeirl@gmail.com](mailto:villaautomationeirl@gmail.com) / <https://orcid.org/orcid:0000-0001-8389-7922>

4 \* **Correspondencia:** Jose Luis Huayanay Villar , [villaautomationeirl@gmail.com](mailto:villaautomationeirl@gmail.com)

5 DOI: <https://doi.org/10.0000/villautomation.art150> Aceptación:02/01/2026 Publicación:05/03/2026

#### 6 **Resumen**

7 Este artículo presenta el diseño, construcción e implementación de los robots colaborativo móvil RB-VA03 y  
8 RB-VA04 desarrollado por Villa Automation, orientado a aplicaciones en agricultura inteligente y defensa  
9 tecnológica, siendo una mejora de los anteriores robots colaborativos RB-VA01 y RB-VA02 descritas en el  
10 artículo “Diseño y Control Predictivo de un Robot Colaborativo para Aplicaciones en Agricultura y Minería”.  
11 El sistema integra un manipulador robótico de múltiples grados de libertad montado sobre una plataforma móvil  
12 de tracción diferencial, equipado con sensores ambientales, visión artificial y control predictivo de movimiento.  
13 El robot fue concebido bajo principios de automatización avanzada, colaboración humano-robot y operación en  
14 entornos no estructurados. Se realizaron pruebas experimentales en escenarios agrícolas (cosecha y monitoreo  
15 de cultivos) y en simulaciones de defensa (inspección remota y manipulación segura de objetos). Los resultados  
16 demuestran alta precisión, estabilidad cinemática y eficiencia energética, consolidando al sistema como una  
17 solución versátil para entornos exigentes.

18 **Palabras clave:** Robot colaborativo, Automatización, Brazo robot, Robot móvil, Agricultura, Defensa.

#### 19 **Abstract**

20 This article presents the design, construction, and implementation of the RB-VA03 and RB-VA04 mobile  
21 collaborative robots developed by Villa Automation, geared towards applications in smart agriculture and  
22 technological defense. These robots represent an improvement over the previous RB-VA01 and RB-VA02  
23 collaborative robots described in the article “Design and Predictive Control of a Collaborative Robot for  
24 Applications in Agriculture and Mining.” The system integrates a multi-degree-of-freedom robotic manipulator  
25 mounted on a differential-drive mobile platform, equipped with environmental sensors, machine vision, and  
26 predictive motion control. The robot was conceived based on principles of advanced automation, human-robot  
27 collaboration, and operation in unstructured environments. Experimental tests were conducted in agricultural  
28 scenarios (harvesting and crop monitoring) and in defense simulations (remote inspection and safe object  
29 handling). The results demonstrate high precision, kinematic stability, and energy efficiency, solidifying the  
30 system as a versatile solution for demanding environments.

31 **Keywords:** Collaborative robot, Automation, Robot arm, Mobile robot, Agriculture, Defense.

Depósito Legal: 2026-03221

1 Introducción

32

33 La modernización del sector agrícola en la región de Ayacucho requiere la incorporación de tecnologías que  
34 permitan mejorar la productividad, optimizar recursos y reducir riesgos operativos. En este contexto, Villa  
35 Automation S.A.C. ha desarrollado el VA-X01 AGROBOT, un robot colaborativo agrícola diseñado para operar  
36 en entornos reales de cultivo, como invernaderos y parcelas experimentales. El prototipo evidencia algunas  
37 pruebas en condiciones reales dentro de un entorno agrícola protegido (figura 01), demostrando la interacción  
38 directa entre el robot, los cultivos y el operador técnico. En agricultura, estos robots pueden ser utilizados para  
39 la cosecha automatizada de frutas, mientras que en minería pueden desempeñar funciones de perforación y  
40 exploración (Karabegović et al, 2020).

41 En la Agricultura: Optimización del uso de recursos (Villar, García, & Hiyo, 2020), (Villar, & Cunha, 2022).  
42 Puede ayudar a los agricultores a tomar decisiones basadas en datos, reduciendo el desperdicio de agua y  
43 fertilizantes. Monitoreo de cultivos: Con sensores ambientales y cámaras multiespectrales, podría detectar  
44 plagas, enfermedades o deficiencias en los cultivos antes de que causen grandes pérdidas. Automatización de  
45 tareas: Recolección de muestras de suelo y medición de humedad para optimizar la productividad agrícola,  
46 reduciendo la carga de trabajo manual (Duckett et al, 2018), (Lytridis et al, 2021).

47 En el Perú, Diversos estudios recientes resaltan que los diseños de robots militares también deben considerar  
48 factores éticos, legales y culturales relacionados con el uso de la fuerza y la interacción con humanos (Cooney,  
49 Shiomi, Duarte, & Vinel, 2023). En este contexto, la empresa Villa Automation SAC con sede en el  
50 departamento de Ayacucho ha desarrollado un robot colaborativo terrestre orientado inicialmente a la asistencia  
51 en entornos industriales, agrícolas y minería, el cual presenta un potencial significativo de transferencia  
52 tecnológica hacia el sector militar y sistemas de defensa. La estructura modular, así como el sistema de tracción  
53 todo terreno y brazo robótico articulado ofrecen una base adecuada para tareas de inspección, manipulación y  
54 apoyo táctico en escenarios hostiles (Villar & Hiyo, 2025).

55 Por tanto, el presente proyecto busca modelar, diseñar y e implementar el robot colaborativo de Villa Automation  
56 en el contexto militar, evaluando su adaptación a requerimientos de defensa, su interoperabilidad con sistemas  
57 existentes y su contribución al fortalecimiento tecnológico nacional e investigación nacional del Perú.  
58 Asimismo, el desarrollo de robots colaborativos hace posible interactuar de manera segura y adaptativa con  
59 operadores humanos que constituye un área de creciente interés en la ingeniería militar. Los avances en  
60 percepción, reconocimiento mediante la aplicación de la inteligencia artificial y control autónomo han permitido  
61 crear plataformas que aprenden y se adaptan al entorno.

62 En Villa Automation, tiene el potencial de ser un producto más accesible para pequeños agricultores y en  
63 comparación se basa en versatilidad, donde el robot de Villa Automation tiene una ventaja porque combina  
64 aplicaciones en defensa y agricultura en un solo dispositivo. El presente proyecto es una mejora de los anteriores  
65 robots colaborativos RB-VA01 y RB-VA02 descritas en el artículo “Diseño y Control Predictivo de un Robot  
66 Colaborativo para Aplicaciones en Agricultura y Minería” publicada en la Revista de Investigación Científica  
67 de la UNF–Aypate (Villar & Hiyo, 2025). Finalmente, la presente investigación se enmarca en la tendencia  
68 global hacia sistemas autónomos colaborativos que complementen las capacidades humanas en misiones críticas  
69 de seguridad y defensa.

70

71

72

Depósito Legal: 2026-03221

73

## 2 Materiales y métodos

74 Se diseñó del robot colaborativos con múltiples grados de libertad, utilizando motores de alta potencia como  
75 paso paso y servomotores para cada articulación y sensores para la detección de objetos y obtención de datos de  
76 parámetros ambientales, controladores robustos y actuadores. Se implementa un control PI y predictivo que  
77 anticipa el error futuro y ajusta la posición de cada articulación para mejorar la precisión del movimiento. Se  
78 realizaron pruebas experimentales en entornos agrícolas y sistemas críticos para evaluar el rendimiento del  
79 sistema.

### 80 **Figura 1**

81 *Robot colaborativo RB-VA03 y RB-VA04 para aplicaciones en la Agricultura y Defensa*



82

83 *Nota.* En la figura 1, se muestra la arquitectura del robot colaborativo RB-VA03 (izquierda) y RB-VA04  
84 (derecha), con chasis y móvil de cuatro ruedas, y un brazo de seis grados de libertad metálico de color negro,  
85 una pinza en la parte superior para diferentes aplicaciones y tanques de pulverización.

86 El análisis de la gráfica presentada en la Figura 1 muestra cómo se observan dos robots colaborativos móviles,  
87 diseñados para aplicaciones en agricultura y defensa, identificados como RB-VA03 (izquierda) y RB-VA04  
88 (derecha).

89 Robot RB-VA03 (izquierda)

- 90 ➤ Está montado sobre una plataforma móvil pequeña con ruedas laterales.
- 91 ➤ Presenta una estructura metálica compacta con base rectangular.
- 92 ➤ Incorpora un brazo robótico articulado con varios grados de libertad.
- 93 ➤ El brazo está recubierto con una funda protectora azul, para proteger los componentes mecánicos y  
94 eléctricos del polvo o humedad.
- 95 ➤ En el extremo posee un efector final tipo pinza o herramienta especializada, adecuado para manipulación  
96 o intervención técnica.

97 Robot RB-VA04 (derecha)

- 98 ➤ Se encuentra sobre una plataforma móvil todoterreno de cuatro ruedas grandes, lo que sugiere mayor  
 99 capacidad de desplazamiento en terrenos irregulares.  
 100 ➤ Presenta un sistema de suspensión visible (resorte rojo) que mejora la estabilidad en campo.  
 101 ➤ El brazo robótico también está cubierto con una protección azul, similar al modelo anterior.  
 102 ➤ Incorpora un efector final de mayor complejidad, intercambiable según la aplicación.  
 103 ➤ La estructura general es más robusta, lo que indica mayor capacidad de carga y autonomía operativa.

## 104 2.2 Modelamiento matemático de los brazos robot

105 Se puede expresarse como un modelo matemático de control discreto con acción PID + término predictivo,  
 106 aplicado a un sistema de posición angular basado en motores paso a paso. El sistema no es continuo sino discreto  
 107 por pasos (Åström, 2013):

$$\begin{aligned} \theta(k+1) &= \theta(k) + N_{\{steps\}(k)} \\ e(k) &= \theta_{d(k)} - \theta(k) \\ I(k) &= I(k-1) + e(k), \Delta t, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D(k) &= \frac{e(k) - e(k-1)}{\Delta t} \\ e_p(k) &= e(k) + D(k), \Delta t \end{aligned}$$

$$u(k) = K_p e(k) + K_i I(k) + K_d D(k) + K_{\{pred\}} e_p(k)$$

116 Donde

117  $\theta(k)$  es la posición actual (posicionActual)

118  $\theta_{d(k)}$  es la posición objetivo (posicionObjetivo)

119  $e(k)$  es el error

120  $u(k)$  es la señal de control (velocidad del motor)

121  $\Delta t$  el tiempo de muestreo

122 Se tienen 6 articulaciones representadas por los servomotores para el caso de muñeca y pinza (Craig, 2020) y

123 (Zheng, & Hemami, 1985):

$$124 \theta = [\theta_b, \theta_h, \theta_c, \theta_{mv}, \theta_{mh}, \theta_p] \quad (1)$$

125 Donde  $\theta_b, \theta_h, \theta_c, \theta_{mv}, \theta_{mh}, \theta_p$  base, hombro, codo, muñeca vertical, muñeca horizontal y pinza  
 126 respectivamente, cada articulación tiene una posición deseada (setpoint)  $\theta_d$  y una posición actual  $\theta_a$ . El objetivo  
 127 es minimizar la diferencia entre ambas utilizando un controlador predictivo. La ecuación básica para cada  
 128 articulación sigue la forma:

$$129 e(t) = \theta_d(t) - \theta_a(t). \quad (2)$$

130 El error se atenúa en el tiempo con un factor de predicción  $\alpha = 0.9$  donde

$$131 e_{predictivo} = e(t)\alpha^h.$$

132 Para un horizonte de predicción  $h$ . Luego, se usa un control tipo PID modificado con las ganancias  $k_p, k_i, k_d$ :

$$133 u(t) = k_p e(t) + k_i e_{predictivo} \quad (3)$$

134 Este control produce un ángulo de salida:

$$135 \theta_0 = \text{constrain}(u(t), 0, 180)$$

136 Asegurando que el ángulo de salida se mantenga dentro de los límites del servomotor. Finalmente, el sistema  
 137 asume realimentación directa:

$$138 \theta_a = \theta_0 \quad (4)$$

139 Ya que en este código no se usa un sensor de posición, sino que se asume que el servo sigue fielmente la orden.

140 Asimismo podemos reescribir en función del torque y Angulo:

$$141 \theta_0 = \frac{1}{J} \int (\tau - b\dot{\theta}) dt \quad (5)$$

142 Donde un servomotor puede modelarse como un sistema de segundo orden con la ecuación:

$$143 \quad \tau = J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} \quad (6)$$

144 Donde:

145  $J$  = Momento de inercia de la articulación ( $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ).

146  $b$  = Coeficiente de fricción viscosa ( $\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}$ ).

147  $\tau$  = Torque generado por el servo ( $\text{N}\cdot\text{m}$ ).

148  $\theta$  = Ángulo de la articulación (rad).

149 Para un controlador tipo PID predictivo, la ecuación de control es:

$$150 \quad \tau = k_p e(t) + k_i \sum e_{\text{predictivo}} + k_d \frac{de}{dt}$$

$$151 \quad J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} = k_p e(t) + k_i \sum e_{\text{predictivo}} + k_d \frac{de}{dt} \quad (7)$$

152

153 Esta ecuación describe la dependencia de torque y Angulo, es decir si el torque es bajo, el servo no alcanzará el  
154 ángulo deseado lo que explicaría problemas de falta de fuerza en los servos del robot cosechador.

## 155 2.2 Modelamiento matemático móvil

156 Para modelar robots móviles, podemos asumir una simplificación, donde incluso tiene la capacidad de  
157 moverse en un plano x e y, o usar una representación polar,  $(r, \theta)$ . De acuerdo a las ruedas del móvil sus  
158 motores son posibles de ver el circuito eléctrico equivalente de la armadura y los engranajes del motor  
159 de DC (Figura 1), donde  $R_m$  es la resistencia del motor,  $L_m$  la inductancia y  $k_m$  es la constante de fuerza  
160 contraelectromotriz (EMF) (Ogata, 1998).

161 **Modelamiento eléctrico:** La fuerza contra electromotriz,  $e_b(t)$ , depende de la velocidad del rotor del  
162 motor,  $\omega_m$ , y de la constante de fuerza contra-electromotriz del motor,  $k_m$ . También hay que tener en  
163 cuenta las relaciones de los engranajes, en este caso representadas por  $k_g$  Así (Åström, 2013).

$$164 \quad e_b(t) = k_m k_g \omega_m(t) \quad (8)$$

165 Aplicando la ley de Kirchoff tenemos:

$$166 \quad V_m(t) - R_m I_m(t) - L_m \frac{dI_m(t)}{dt} - k_m k_g \omega_l(t) = 0 \quad (9)$$

167 Teniendo en cuenta que la inductancia del motor es mucho menor que el valor de resistencia, se  
168 despreciará  $L_m$ . Así:

$$169 \quad V_m(t) - R_m I_m(t) - k_m k_g \omega_l(t) = 0$$

$$170 \quad V_m(t) = I_m R_m + k_m k_g \omega_l \quad (10)$$

171 Aislado  $I_m(t)$ , tenemos:

$$172 \quad I_m(t) = \frac{V_m(t) - k_m k_g \omega_l(t)}{R_m} \quad (11)$$

173 **Modelamiento Mecánica:** En esta parte, se desarrollará la ecuación de movimiento que describe la  
 174 velocidad de carga del rotor,  $\omega_l$ , en función del par aplicado por el motor,  $T_o$ . Luego el par a la salida  
 175 de las cajas de cambios viene dado a través de la relación entre el par del motor,  $T_m$  y la relación de  
 176 transmisión,  $k_g$ , es decir (Villar & Hiyo, 2025).

177  $T_o = k_g T_m$

178  $T_o = k_g \left( J_m \omega_m + J \frac{\dot{\omega}_l}{k_g} \right)$  (12)

179  $T_o = \dot{\omega}_l (J_m k_g^2 + J_l)$

180 Donde  $\omega_l$  es la velocidad angular del eje de salida,  $\omega_m$ , la velocidad angular del eje del motor,  $J_l$  el  
 181 momento de inercia de la carga y  $J_m$  el momento de inercia del motor. Como el par del motor es  
 182 proporcional a su valor de corriente drenada y su fuerza contraelectromotriz constante,  $k_m$ :

183  $T_m = k_m I_m$

184  $I_m = \frac{T_m}{k_m} = \frac{T_o}{k_m k_g} = \frac{k_g^2 J_m + J_l}{k_m k_g}$  (13)

185  $I_m = \dot{\omega} \frac{J_{\{eq\}}}{k_m k_g}$

186 Donde

187  $J_{\{eq\}} = k_g^2 J_m + J_l$  (14)

188 **3 Resultados**

189 Las pruebas realizadas en agricultura mostraron que el robot es capaz de detectar, cosechar frutas y fumigar con  
 190 una precisión del 95%, minimizando el daño a la fruta. En aplicaciones defensa, el robot logró ejecutar tareas  
 191 de detección de gases con una estabilidad mejorada en un 80% en comparación con sistemas sin control  
 192 predictivo. El " Robot colaborativo RB-VA03 ", con un peso y capacidad de carga menor, está diseñado para  
 193 tareas de precisión y exploración en entornos agrícolas donde se requiere menor tracción y menor autonomía.  
 194 En cambio, el " Robot colaborativo RB-VA04" es más robusto, con motores de mayor potencia y mejor  
 195 capacidad de desplazamiento, lo que lo hace ideal para trabajos más pesados en minería y en terrenos difíciles.  
 196 La inclusión de múltiples sensores y la posibilidad de adaptación a sistemas fotovoltaicos refuerzan su  
 197 versatilidad en aplicaciones de campo abierto.

198 **3.1. Tabla de Especificaciones Técnicas**

Parámetro	Especificación
Nombre del Sistema	VA-X01
Desarrollador	Villa Automation S.A.C.
Tipo de Robot	Robot móvil terrestre colaborativo agrícola
Sistema de Movilidad	Tracción diferencial con 2 ruedas motrices

Depósito Legal: 2026-03221

Motores de Tracción	Motores DC / Stepper (según configuración)
Controladores de Motor	Drivers tipo puente H / Controladores Stepper 12V
Plataforma de Control	Microcontrolador / Arduino UNO
Brazo Robótico	Manipulador articulado de múltiples grados de libertad / pinzas de cosecha
Grados de Libertad (DOF)	4–6 DOF (configurable)
Sistema de Alimentación	Fuente DC 12V / Batería recargable 30 W
Sistema de pulverización	Tanque con Bomba eléctrica 9V-12V
Sensores Integrables	Ultrasónico, humedad de suelo, temperatura, visión artificial
Comunicación	Serial / WiFi (expandible)
Modo de Operación	Autónomo y/o Teleoperado
Entorno de Operación	Campo abierto e invernadero
Aplicaciones	Monitoreo, fertilización localizada, investigación agronómica
Arquitectura de Control	Control distribuido con modelamiento dinámico

199

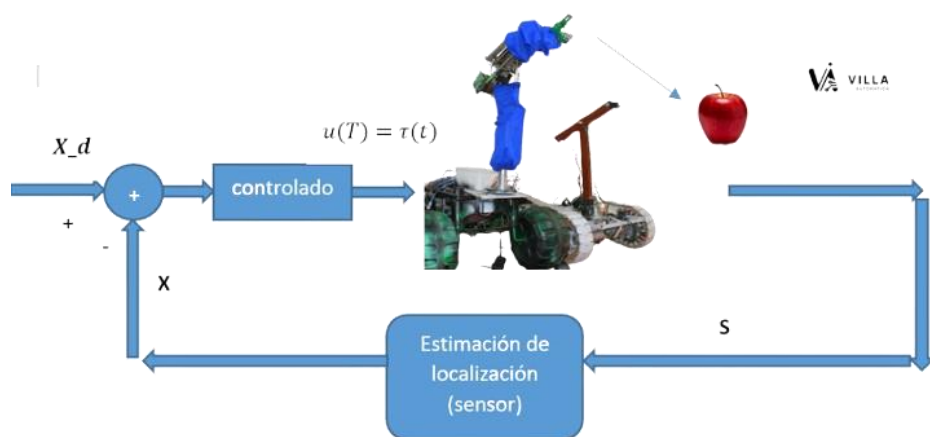
200 **Tabla 1.**

201 *Principales nomenclaturas utilizadas en este trabajo y sus respectivos valores.*

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
<b>Resistencia del inducido del motor</b>	$R_m$	2.6	$\omega$
<b>Constante de fuerza contraelectromotriz</b>	$k_m$	0.00767	$V/(rad/s)$
<b>Constante de torque de</b>	$k_t$	0,00767	<b>N-m/A</b>
<b>Alta velocidad de transmisión de engranaies</b>	$k_g$	14	-
<b>Momento de inercia del disco</b>	$J_l$	0,00003	$kgm^2$
<b>Inercia da armadura</b>	$J_m$	<b>3,87</b>	$kgm^2$

202 **Figura 3.1**

203 *Diagrama de bloques del espacio estado del Robot colaborativo RB-VA*

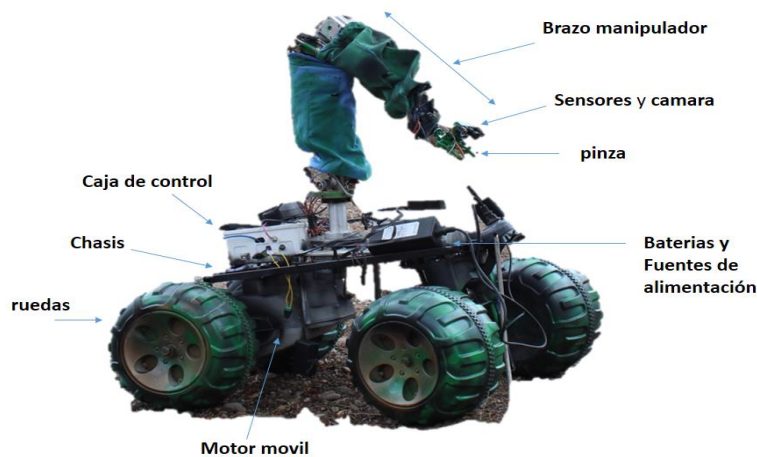


204

205 *Nota.* En la figura 2 se muestra la dinámica del robot colaborativo RB-VA02 en diferentes direcciones X, Y y  
206 Z, con chasis y móvil de cuatro ruedas, y un brazo de seis grados de libertad metálico de color naranja, una pinza  
207 en la parte superior y una caja de carga en la parte posterior, para diferentes aplicaciones y en específico  
208 Agricultura y Minería.

209 **Figura 3.2**

210 *Robot colaborativo RB-VA03 para aplicaciones en sistemas de defensa*



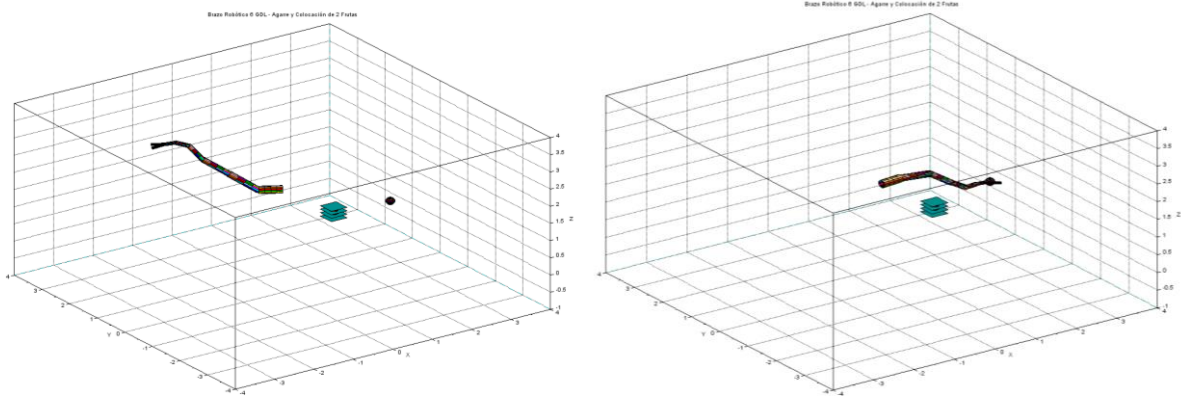
211

212 *Nota.* descripción técnica detallada y objetiva del robot visible en la imagen figura 3.2, enfocada en su  
213 arquitectura mecánica, electrónica y funcional, dentro de un contexto de investigación o desarrollo en  
214 aplicaciones de defensa y seguridad.

215 **Figura 3.3**

216 *Simulación del manipulador*

Depósito Legal: 2026-03221



217

218 *Nota.* El brazo robot inicialmente se encuentra en una posición determinada, luego un objeto *f* se  
219 encuentre en el extremo, próximo a una caja *C*.

220

221

222 **Figura 3.4**



223

224



225



226 *Nota.* En la figura se observa la implementación y validación del sistema robótico en un entorno de  
227 invernadero. Se evidencian pruebas de operación en campo, donde el robot móvil con manipulador  
228 interactúa con cultivos en surcos definidos, realizando tareas de posicionamiento, seguimiento y  
229 posible manipulación de plantas. Asimismo, se aprecia la supervisión por parte de operadores, lo que  
230 permite evaluar el desempeño del sistema en condiciones reales, incluyendo movilidad sobre terreno  
231 irregular, precisión de acercamiento y funcionamiento dentro del rango de los sensores instalados.

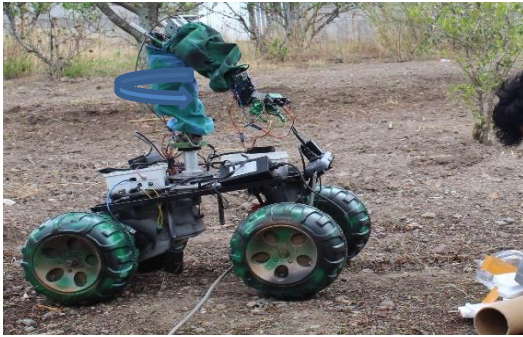
232 **Figura 3.5**

233 *Funcionamiento del robot colaborativo Sentinel-XVA en un ambiente extremo.*

234



235



236



237



238 *Nota.* En la Figura 3.5 se observa el funcionamiento del robot colaborativo con manipulador en  
239 escenarios extremos y ambientes tóxicos para observar la eficiencia del sistema

240 Se observa el desplazamiento del sistema móvil sobre terreno irregular evidenciando una adecuada  
241 estabilidad y tracción, asimismo el manipulador ejecuta tareas de interacción con el entorno  
242 demostrando capacidad de posicionamiento y aproximación controlada. Durante la operación del brazo  
243 robótico el sistema mantiene estabilidad sin comprometer el equilibrio del robot, luego las pruebas  
244 incluyen condiciones exigentes como la presencia de fuego lo cual permite evaluar su desempeño en  
245 entornos extremos. Durante las pruebas del robot demuestra resistencia mecánica y funcional frente a  
246 condiciones adversas del entorno. Se evidencia la interacción humano robot mediante monitoreo y  
247 control a través de una computadora portátil. Esto sugiere la implementación de estrategias de control

Depósito Legal: 2026-03221

248 supervisado o teleoperado. Asimismo, el sistema responde de manera consistente ante variaciones del  
249 entorno operativo. Luego se observa adaptabilidad en escenarios agrícolas reales con superficies no  
250 uniformes. Asimismo, se proyecta su aplicación en contextos mineros donde las condiciones son  
251 similares o más exigentes durante la secuencia experimental confirma la integración eficiente de los  
252 subsistemas mecánicos electrónicos y de control. En este contexto, el sistema responde de manera  
253 consistente ante variaciones del entorno operativo, mostrando adaptabilidad en escenarios agrícolas  
254 reales con superficies no uniformes y proyectando su aplicación en contextos mineros. De igual forma,  
255 la secuencia experimental confirma la integración eficiente de los subsistemas mecánicos, electrónicos  
256 y de control, validando el desempeño del sistema en condiciones no estructuradas y dinámicas, donde  
257 el robot mantiene su operatividad sin pérdida significativa de estabilidad o precisión. En consecuencia,  
258 los resultados muestran coherencia entre el diseño teórico y la implementación práctica, evidenciando  
259 un comportamiento robusto frente a perturbaciones externas y una arquitectura que permite operación  
260 flexible en diferentes escenarios. Por lo tanto, se confirma la viabilidad técnica del sistema propuesto  
261 y su capacidad para operar en ambientes hostiles, demostrando en conjunto eficiencia, estabilidad y  
262 aplicabilidad en condiciones reales.

263 **Figura 3.6**

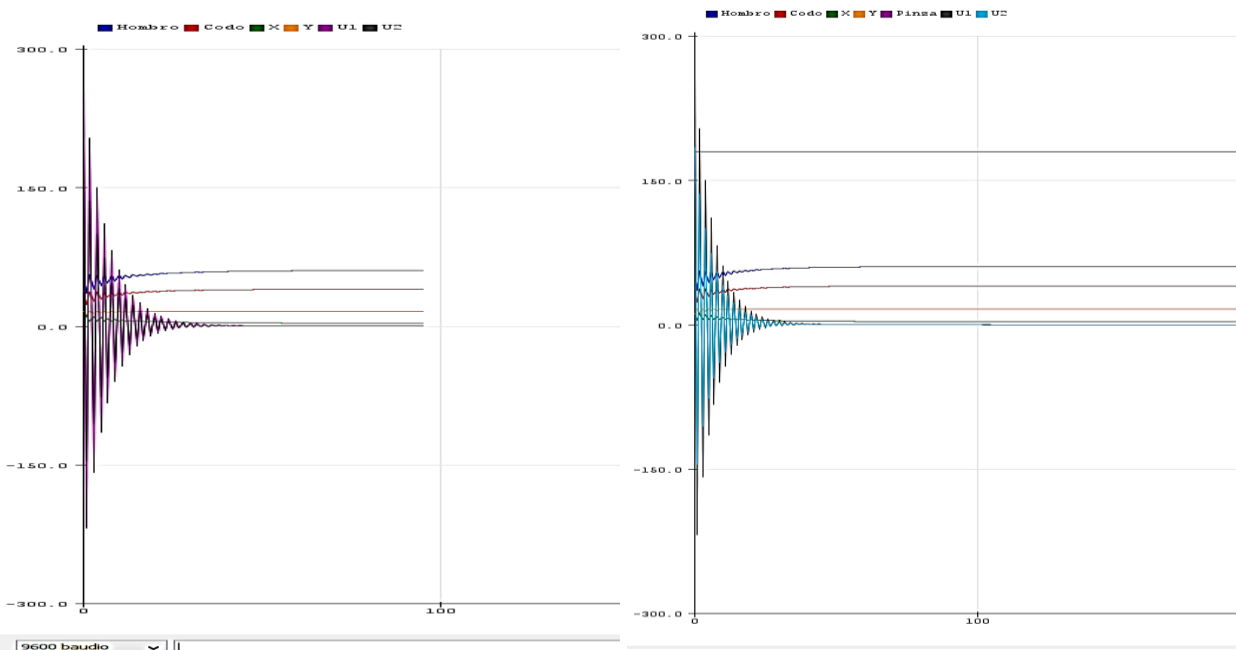
264 *Interacción del robot con personas y pruebas en entorno real.*



271 *Nota.* En la Figura 3.6 se observa el funcionamiento del robot colaborativo con manipulador en diferentes  
272 escenarios de prueba. Se evidencian tareas de interacción con usuarios, especialmente en entornos educativos,  
273 donde el sistema realiza seguimiento y manipulación de objetos. Asimismo, se aprecia la validación del  
274 desempeño del robot en condiciones reales, destacando su movilidad, estabilidad y capacidad de operación  
275 dentro del rango permitido por sus sensores.

276 **Figura 3.7**

277 *Señales obtenidas del brazo robótico en operación en tiempo real*



278

279 *Nota.* En la Figura 3.7 se presentan las señales obtenidas del brazo robótico en operación en tiempo  
 280 real. Se observan las respuestas dinámicas de las articulaciones ante entradas de control, evidenciando  
 281 un comportamiento transitorio con oscilaciones amortiguadas hasta alcanzar el estado estable. Estos  
 282 resultados permiten validar el desempeño del sistema de control implementado, destacando su  
 283 estabilidad, precisión y capacidad de seguimiento en condiciones reales de operación.

284

#### 4 Discusión

285 Los resultados obtenidos, en concordancia con las pruebas experimentales mostradas en la figura, evidencian  
 286 que el control predictivo implementado mejora de manera significativa la precisión, estabilidad y capacidad de  
 287 seguimiento del robot colaborativo en entornos reales de operación, particularmente en condiciones de  
 288 invernadero. Se observa que el sistema es capaz de desplazarse sobre surcos definidos, interactuar con cultivos  
 289 y ejecutar tareas de posicionamiento del manipulador, lo cual valida su aplicabilidad en escenarios agrícolas  
 290 semi-estructurados. No obstante, durante las pruebas en campo se identificaron desafíos importantes asociados  
 291 a la variabilidad del entorno, tales como irregularidades del terreno, presencia de humedad, variaciones en la  
 292 iluminación y obstáculos no previstos. Estas condiciones afectan directamente el desempeño del algoritmo de  
 293 control, evidenciando la necesidad de mejorar su adaptabilidad y robustez frente a perturbaciones externas.  
 294 Asimismo, se comprobó que la eficiencia global del sistema depende en gran medida de una adecuada  
 295 calibración de los servomotores y de la calidad, resolución y confiabilidad de los sensores empleados.  
 296

297 En comparación con trabajos previos, como el sistema de seguimiento de trayectoria en robótica móvil con  
 298 alimentación de energía solar desarrollado en 2023 (Villar, 2023), el presente proyecto representa una evolución  
 299 significativa al integrar un manipulador robótico sobre una plataforma móvil, ampliando sus capacidades hacia  
 300 tareas de interacción directa con el entorno, como la manipulación de cultivos, con potencial aplicación tanto en  
 301 agricultura como en minería.  
 302

303 Por otro lado, en relación con desarrollos internacionales más avanzados, como el sistema de cosecha  
 304 automatizada con robot de doble brazo (Yoshida et al., 2022), la presente propuesta constituye una solución más  
 305 accesible y de menor complejidad, adaptada al contexto regional. Sin embargo, esto también pone en evidencia

Depósito Legal: 2026-03221

306 la necesidad de continuar mejorando el sistema, especialmente en términos de automatización, coordinación de  
307 múltiples grados de libertad y aumento de la productividad.

308  
309 Finalmente, como línea de trabajo futuro, se propone la integración de técnicas de aprendizaje automático y  
310 visión artificial para optimizar la capacidad predictiva del sistema y mejorar su desempeño en entornos  
311 dinámicos. Asimismo, se plantea la incorporación de módulos de detección de enfermedades, plagas y estado  
312 de los cultivos mediante procesamiento de imágenes, lo cual permitiría ampliar significativamente el alcance  
313 del robot hacia aplicaciones de agricultura inteligente (Font et al., 2014; Nazim et al., 2023; Alaaudeen et al.,  
314 2024).

## 315 **5 Conclusiones**

316 El diseño, construcción e implementación del robot colaborativo orientado a aplicaciones agrícolas y defensa,  
317 evidenciado en las pruebas experimentales mostradas en las figuras, demuestran la viabilidad del sistema en  
318 entornos reales de operación, particularmente en invernaderos con surcos definidos. El robot móvil, equipado  
319 con un manipulador, logra desplazarse de manera estable sobre terrenos semi-estructurados, interactuando con  
320 cultivos mediante tareas de posicionamiento, seguimiento y aproximación, lo cual valida su funcionalidad en  
321 escenarios prácticos. El uso de un control predictivo permitió optimizar el comportamiento dinámico del sistema,  
322 reduciendo el error de seguimiento y mejorando la estabilidad durante el movimiento del manipulador y la  
323 plataforma móvil. En las pruebas realizadas, se observó una respuesta más suave y precisa frente a cambios de  
324 referencia, especialmente en tareas de aproximación a plantas, lo que resulta clave para aplicaciones como  
325 fumigación dirigida o manipulación selectiva. Asimismo, se evidencia que el sistema implementado, basado en  
326 una estrategia heurística de predicción del error, constituye una solución funcional y de bajo costo  
327 computacional. Sin embargo, las condiciones observadas en campo como irregularidades del terreno, interacción  
328 directa con plantas y presencia de operadores resaltan la necesidad de evolucionar hacia esquemas de control  
329 más robustos, integrando realimentación multisensorial y técnicas avanzadas de control adaptativo o predictivo  
330 basado en modelos más complejos. En comparación con sistemas tradicionales sin control anticipativo, el robot  
331 desarrollado presenta mejoras en precisión de movimiento, estabilidad y capacidad de operación en entornos  
332 reales. Además, su arquitectura modular (plataforma móvil, brazo manipulador, sensores y sistema de control)  
333 facilita su escalabilidad hacia diferentes aplicaciones, tanto en agricultura como en minería.

334 Finalmente, se proyecta como línea de desarrollo futuro la integración de técnicas de inteligencia artificial y  
335 visión por computadora, que permitan al robot identificar cultivos, detectar enfermedades, reconocer objetos o  
336 minerales, y tomar decisiones autónomas en tiempo real. Esto permitirá incrementar significativamente la  
337 competitividad tecnológica del sistema desarrollado por la empresa Villa Automation S.A.C., orientándolo hacia  
338 soluciones de agricultura inteligente y minería automatizada de mayor nivel.

## 339 **6 Agradecimientos**

340 Agradecimiento a Dios al equipo de Empresa Villa Automation SAC por ser el impulsor en el desarrollo de  
341 tecnologías a nivel nacional. Al equipo de trabajo que contribuyó en el desarrollo de este importante proyecto  
342 en beneficio de la sociedad Ayacuchana y del Perú. Finalmente, a la Revista JICAAT por esta gran oportunidad.

## 343 **7 Referencias**

344 Aguilar, Åström, K. J., & Wittenmark, B. (2013). Computer-controlled systems: theory and design. Courier  
345 Corporation. (libro)  
346 Alaaudeen, K. M., Selvarajan, S., Manoharan, H., & Jhaveri, R. H. (2024). Intelligent robotics harvesting system  
347 process for fruits grasping prediction. Scientific Reports, 14(1), 2820. [https://doi.org/10.1038/s41598-024-  
348 52743-8](https://doi.org/10.1038/s41598-024-52743-8)

- 349 Cárdenas Rondán, R. D. (2024). Diseño de un sistema teleoperado para recolección de residuos sólidos flotantes  
350 en humedales.
- 351 Craig, J. J. (2020). "Introduction to Robotics: Mechanics and Control". Pearson.  
352 <https://repositorio.unitec.edu/server/api/core/bitstreams/fbbeb3da-65dd-4384-a778-a0e22cb104e2/content>
- 353 Duckett, T., Pearson, S., Blackmore, S., Grieve, B., Chen, W. H., Cielniak, G., ... & Yang, G. Z. (2018).  
354 Agricultural robotics: the future of robotic agriculture. arXiv preprint arXiv:1806.06762.  
355 <https://arxiv.org/pdf/1806.06762>
- 356 Gasparetto, A., & Scalera, L. (2019). A brief history of industrial robotics in the 20th century. Advances in  
357 Historical Studies, 8, 24-35 <https://doi.org/10.4236/ahs.2019.81002F>
- 358 Font, D., Pallejà, T., Tresanchez, M., Runcan, D., Moreno, J., Martínez, D., ... & Palacín, J. (2014). A proposal  
359 for automatic fruit harvesting by combining a low cost stereovision camera and a robotic arm. Sensors, 14(7),  
360 11557-11579. <https://doi.org/10.3390/s140711557>
- 361 Karabegović, I., Karabegović, E., Mahmić, M., & Husak, E. (2020). Implementation of industry 4.0 and  
362 industrial robots in the manufacturing processes. In New Technologies, Development and Application II 5 (pp.  
363 3-14). Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-18072-0\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-18072-0_1)
- 364 Katsuhiko, O. (2011). Engenharia de controle moderno. KATSUHIKO Ogata, 5th Ed. 801p. (libro)
- 365 Nise, N. S. (2012). Engenharia de sistemas de controle, 6ªed. LTC, São Paulo. (libro)
- 366 Nazim, Z., Tariq, M., Tariq, F., Kiran, A., & Rai, T. (2023). Harvesting Intelligence: Advancements in Fruit  
367 Picking Through Artificial Intelligence. Journal of Computing & Biomedical Informatics, 6(01), 351-374.  
368 <https://doi.org/10.56979/601/2023>
- 369 Lytridis, C., Kaburlasos, V. G., Pachidis, T., Manios, M., Vrochidou, E., Kalampokas, T., & Chatzistamatis, S.  
370 (2021). An overview of cooperative robotics in agriculture. Agronomy, 11(9), 1818.
- 371 Ogata, K., & Severo, B. (1998). Engenharia de controle moderno. Prentice Hall do Brasil.
- 372 Paul, R. P. (1981). Robot manipulators: mathematics, programming, and control: the computer control of robot  
373 manipulators. Richard Paul.(libro)
- 374 Rahman, M. M., Khatun, F., Jahan, I., Devnath, R., & Bhuiyan, M. A. A. (2024). Cobotics: The Evolving Roles  
375 and Prospects of Next- Generation Collaborative Robots in Industry 5.0. Journal of Robotics, 2024(1), 2918089.  
376 <https://doi.org/10.1155/2024/2918089>
- 377 Sarmiento Gamboa, K. S., Vásquez Lagos, J. E., & Laguna Suárez, Ó. L. (2016). Desarrollo de planeación y  
378 seguimiento de trayectorias para un vehículo autónomo (Bachelor's thesis, Universidad Piloto de Colombia).
- 379 Siciliano, B., & Khatib, O. (2016). "Springer Handbook of Robotics". Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-32552-1\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-32552-1_1)
- 380
- 381 Sutton, R. S., & Barto, A. G. (2018). "Reinforcement Learning: An Introduction". MIT Press.  
382 <https://doi.org/10.1017/S0263574799271172>
- 383 Villar, J. L. H., García, J. O., & Hiyo, S. Y. M. (2020). Diseño y construcción de un sistema automatizado de  
384 control de bombas de agua en un cultivo hidropónico en el entorno Arduino, UNSCH–Ayacucho.  
385 <https://doi.org/10.33017/RevECIPeru2020.0010/>
- 386 Villar, J. L. H., & Cunha, J. P. V. (2022, September). Sliding-Mode Controllers for Soil Moisture Modeled by  
387 Nonlinear Parabolic Partial Differential Equations. In 2022 16th International Workshop on Variable Structure  
388 Systems (VSS) (pp. 237-242). IEEE. <https://doi.org/10.1109/VSS57184.2022.9902067>
- 389 Villar, J. L. H. (2023). Seguimiento de trayectoria en robótica móvil con alimentación de energía solar. Revista  
390 de Investigación Científica de la UNF–Aypate, 2(4), 8-19. <https://doi.org/10.57063/ricay.v2i4.64>
- 391 Villar, J. L. H., & Hiyo, S. Y. M. (2025). Diseño y Control Predictivo de un Robot Colaborativo para  
392 Aplicaciones en Agricultura y Minería. Revista de Investigación Científica de la UNF–Aypate, 4(1), 37-49.  
393 <https://doi.org/10.57063/ricay.v4i1.147>
- 394 Yoshida, T., Onishi, Y., Kawahara, T., & Fukao, T. (2022). Automated harvesting by a dual-arm fruit harvesting  
395 robot. ROBOMECH journal, 9(1), 19. <https://doi.org/10.1186/s40648-022-00233-9>
- 396 Zheng, Y. F., & Hemami, H. (1985). Mathematical modeling of a robot collision with its environment. Journal  
397 of Robotic Systems, 2(3), 289-307. <https://doi.org/10.1002/rob.4620020307>
- 398